

UNIVERSIDADE NOVE DE JULHO – UNINOVE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

ANDERSON WILLIAN DE SOUZA

**OTIMIZAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DE CARGA EXPRESSA EM UMA EMPRESA
BRASILEIRA DE SERVIÇOS POSTAIS**

São Paulo
2017

ANDERSON WILLIAN DE SOUZA

**OTIMIZAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DE CARGA EXPRESSA EM UMA EMPRESA
BRASILEIRA DE SERVIÇOS POSTAIS**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Nove de julho – UNINOVE como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Engenharia de Produção.

Prof. Leonardo Junqueira, Dr. – Orientador

**São Paulo
2017**

Souza, Anderson Willian de.

Otimização da distribuição de carga expressa em uma empresa brasileira de serviços postais. / Anderson Willian de Souza. 2017.

127 f.

Dissertação (mestrado) – Universidade Nove de Julho - UNINOVE, São Paulo, 2017.

Orientador (a): Prof. Dr. Leonardo Junqueira.

1. Roteirização de veículos. 2. Frota heterogênea. 3. Janelas de tempo. 4. Entregas fracionais. 5. Limitações de acesso.

I. Junqueira, Leonardo. II. Título

CDU 658.5



PARECER DA COMISSÃO EXAMINADORA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

DE

Anderson Willian de Souza

Título da Dissertação: Otimização da Distribuição de Carga Expressa em uma Empresa Brasileira de Serviços Postais.

A Comissão Examinadora, Composta Pelos Professores Abaixo, Considero(a) o(a) candidato(a)
Anderson Willian de Souza APROVADO.

São Paulo, 29 de agosto de 2017.

Prof(a). Dr(a). Leonardo Junqueira – (UNINOVE/PPGEP) Leonardo Junqueira

Prof(a). Dr(a). Fabio Henrique Pereira (UNINOVE/PPGEP) Fabio Henrique Pereira

Prof(a). Dr(a). Patrícia Belfiore Favero (UFABC) Patrícia B. Favero

Prof(a). Dr(a). Pedro Henrique Triguês Schimit – (UNINOVE / PPGI) Pedro Schimit

Dedico este trabalho ao meu avô, Rubens de Souza
(*in momorian*) que durante toda sua vida, nos deu
exemplo de dedicação, excelência e perseverança.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço à Deus pela oportunidade de desenvolver este trabalho e os estudos. Agradeço à minha esposa Carla e aos meus filhos Kadu, Anna Carolina e Arthur pela paciência, por muitas vezes se privarem da minha companhia durante o período de intensa dedicação. Igualmente, agradeço à minha mãe Marina pelo encorajamento nos momentos decisivos desta caminhada. Agradeço à Gesivaldo e Kátia, e meus irmão André Willian e Adriana pelo apoio e orações constantes.

Agradeço à minha avó Augusta e tia Sandra, pelas palavras de encorajamento que foram fundamentais para a continuidade deste trabalho. Agradeço ao Prof. Dr. Ricardo Oi pelo apoio e incentivo decisivos para ingresso no mestrado. Por fim, agradeço ao Prof. Dr. Leonardo Junqueira pela parceria e direcionamentos assertivos ao longo deste trabalho, sem os quais não seria possível concluí-lo.

RESUMO

O presente trabalho apresenta um estudo sobre Problemas de Roteirização de Veículos com Frota Heterogênea Fixa, Janelas de Tempo, Entregas Fracionadas e Limitações de acesso. Trata-se da combinação dos problemas de roteirização de veículos com restrições de janelas de tempo, onde se utiliza frota heterogênea, sendo permitida a entrega da carga de modo fracionado. Adicionalmente, considera-se que determinados clientes apresentam incompatibilidade no recebimento de determinados tipos de veículos. O presente estudo buscou solucionar o problema por meio da aplicação de programação matemática, tendo como ambiente de aplicação uma reconhecida empresa brasileira de serviços postais que tem como uma de suas principais operações a distribuição de carga expressa na zona oeste da cidade de São Paulo, caracterizada como um caso típico do cenário anteriormente exposto. Sendo assim, o presente estudo tem como objetivo contribuir para o avanço do conhecimento, além de proporcionar ganhos à organização por meio da melhor utilização da frota de veículos disponível, o que implica na redução dos custos fixos e variáveis envolvidos na operação. Para isso, foram consideradas instâncias geradas a partir de dados reais obtidos com a empresa, sendo estas planejadas considerando vários cenários e características do problema original, com o objetivo de verificar a eficácia do modelo matemático proposto na resolução do problema abordado. Destaca-se aqui o fato de não ter sido verificada na literatura trabalhos que aplicaram programação matemática para resolução deste caso particular de problemas de roteirização de veículos. Os resultados obtidos demonstraram que é possível aplicar programação matemática para a obtenção da solução exata para vários cenários do problema estudado, tendo sido obtida redução média de 16,91% em relação aos custos atualmente praticados na empresa.

Palavras-chave: Roteirização de Veículos. Frota Heterogênea. Janelas de Tempo. Entregas Fracionadas. Limitações de acesso.

ABSTRACT

This work addresses a Site-Dependent Heterogeneous Fixed Fleet Vehicle Routing Problem with Time Windows and Split Deliveries. It is a combination of vehicle routing problems with time window constraints, where a heterogeneous fleet is used and the deliveries can occur in multiple trips. In addition, it is considered that certain customers are incompatible with the docking of certain types of vehicles. The present study sought to solve the problem through the application of mathematical programming, having as application environment a recognized Brazilian postal services company that has as one of its main operations the distribution of express cargo in the western zone of São Paulo city, which is characterized as a typical case of the aforementioned problem. Therefore, the present study aims to contribute to the advancement of knowledge, besides providing gains to the organization through the best use of the available fleet of vehicles, which implies in reducing the fixed and variable costs involved in the operation. For this purpose, instances were generated from actual data obtained with the company, which considered several scenarios and characteristics of the original problem, in order to verify the effectiveness of the proposed mathematical model in the solution of the problem addressed. As far as it is known, it has not been verified in the literature a mathematical programming applications to solve this particular case of vehicle routing problems. The results obtained showed that it is possible to apply mathematical programming to obtain the exact solution for several scenarios of the studied problem, enabling an average reduction of 16,91% in relation to the costs currently practiced in the company.

Keywords: Vehicle Routing. Heterogeneous Fleet. Time Windows. Split Deliveries. Site-Dependent.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Exemplo de grafo.....	18
Figura 2. Exemplo de grafo com demandas localizadas nos nós.	19
Figura 3. Exemplo de grafo com demandas localizadas nos arcos.	20
Figura 4. Exemplo de instância do VRPSD.	26
Figura 5. Solução sem considerar entregas fracionadas.....	27
Figura 6. Solução considerando entregas fracionadas.	27
Figura 7. Fluxo operacional simplificado da Empresa X.....	32
Figura 8. Exemplo de Unitizador Primário.	33
Figura 9. Exemplo de rótulo de um UP.....	34
Figura 10. Localização do TC e dos CDs.	36
Figura 11. Exemplo de Unitizador Secundário.	38
Figura 12. Exemplo de rótulo de Unitizador Secundário.....	39
Figura 13. Evolução do número de variáveis discretas – Modelo 1 e Modelo 2.	71
Figura 14. Evolução do número de variáveis discretas e do GAP – Modelo 3 – k tipo.....	81
Figura 15. Evolução do número de variáveis discretas e do GAP – Modelo 4 – k tipo.....	86
Figura 16. Evolução do número de variáveis discretas e do GAP – Modelo 4 – k veículo...	86

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Trabalhos que trataram o HFVRP.....	24
Tabela 2. Trabalhos que trataram o VRPTW.....	26
Tabela 3. Trabalhos que trataram o VRPSD.....	29
Tabela 4. Trabalhos que trataram o SDVRP.....	30
Tabela 5. Trabalhos que trataram restrições de forma combinada.....	31
Tabela 6. Características dos Unitizadores Secundários.....	38
Tabela 7. Limitação de acesso aos CDs.....	41
Tabela 8. Conjuntos, índices, parâmetros e variáveis do Modelo 1 (HFFVRP).....	48
Tabela 9. Parâmetros e variável do Modelo 2 (HFFVRPTW).....	51
Tabela 10. Variável do Modelo 3 (HFFVRPTWSD).....	52
Tabela 11. Evolução do modelo matemático proposto.....	57
Tabela 12. Artificio de definição da frota de acordo com o índice k	59
Tabela 13. Grupo de clientes e demandas.....	60
Tabela 14. Planejamento dos testes.....	61
Tabela 15. Parâmetros da frota.....	62
Tabela 16. Parâmetros dos clientes.....	63
Tabela 17. Resultados Modelo 1 - HFFVRP.....	67
Tabela 18. Resultados Modelo 2 –HFFVRPTW - Originais.....	69
Tabela 19. Resultados Modelo 2 – HFFVRPTW - 20min.....	72
Tabela 20. Resultados Modelo 2 – HFFVRPTW- 10min.....	74
Tabela 21. Resultados Modelo 3 - HFFVRPTWSD - Originais.....	76
Tabela 22. Resultados Modelo 3 – HFFVRPTWSD - 20min.....	80
Tabela 23. Resultados Modelo 3 – HFFVRPTWSD - 10min.....	82
Tabela 24. Resultados Modelo 4 – SDHFFVRPTWSD - Originais.....	85
Tabela 25. Resultados Modelo 4 – SDHFFVRPTWSD - 20min.....	88
Tabela 26. Resultados Modelo 4 – SDHFFVRPTWSD - 10min.....	90
Tabela 27. Consolidação dos Resultados.....	93
Tabela 28. Comparação de resultados – Regiões 5 e 6.....	95
Tabela 29. Comparação de resultados - Região 5.....	98
Tabela 30. Comparação de resultados - Região 6.....	100

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CD	Centro de Distribuição.
CO	Centro Operacional.
CPP	<i>Chinese Postman Problem.</i>
CT	Centro de Tratamento.
CVRP	<i>Capacitated Vehicle Routing Problem.</i>
FSMFD	<i>Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Fixed Costs and Vehicle Dependent Routing Costs.</i>
FSMF	<i>Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Fixed Costs.</i>
FSMVRP	<i>Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem.</i>
HFVRP	<i>Heterogenous Fleet Vehicle Routing Problem.</i>
HFFVRP	<i>Heterogenous Fixed Fleet Vehicle Routing Problem.</i>
HVRPFD	<i>Heterogenous Vehicle Routing Problem with Fixed Costs and Vehicle Dependent Routing Costs.</i>
HVRPD	<i>Heterogenous Vehicle Routing Problem with Vehicle Dependent Routing Costs.</i>
SDHFFVRPTWSD	<i>Site-Dependent Heterogeneous Fixed Fleet Vehicle Routing Problem with Time Windows and Split Deliveries.</i>
SDVRP	<i>Site-Dependent Vehicle Routing Problem.</i>
TC	Terminal de Carga.
TSP	<i>Traveling Salesman Problem.</i>
UP	Unitizador Primário.
US	Unitizador Secundário.
VRP	<i>Vehicle Routing Problem.</i>
VRPSD	<i>Vehicle Routing Problem with Split Deliveries.</i>
VRPTW	<i>Vehicle Routing Problem with Time Windows.</i>

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	12
1.1 DELINEAMENTO DA PESQUISA	13
1.2 OBJETIVOS	14
1.3 JUSTIFICATIVAS	15
1.4 METODOLOGIA	15
1.5 ORGANIZAÇÃO DA PESQUISA	16
2. PROBLEMAS DE ROTEIRIZAÇÃO DE VEÍCULOS	17
2.1 A CLASSE DE PROBLEMAS DE ROTEIRIZAÇÃO DE VEÍCULOS	17
2.2 PROBLEMAS DE ROTEIRIZAÇÃO COM FROTA HETEROGÊNEA	22
2.3 PROBLEMAS DE ROTEIRIZAÇÃO COM JANELAS DE TEMPO	24
2.4 PROBLEMAS DE ROTEIRIZAÇÃO COM ENTREGAS FRACIONADAS	26
2.5 PROBLEMAS DE ROTEIRIZAÇÃO COM LIMITAÇÕES DE ACESSO ÀS UNIDADES.....	29
2.6 PROBLEMAS COM RESTRIÇÕES COMBINADAS	30
3. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA NA EMPRESA	32
3.1 FLUXO OPERACIONAL.....	32
3.2 ETAPA DE ENCAMINHAMENTO.....	35
3.2.1 Processo de Definição das Rotas.....	39
3.2.2 Variação da Demanda	42
3.2.3 Variação do Tempo de Percurso	43
3.2.4 Custos da Operação	44
4. MODELAGEM MATEMÁTICA	46
4.1 MODELO 1 - HFFVRP.....	46
4.2 MODELO 2 - HFFVRPTW.....	50
4.3 MODELO 3 - HFFVRPTWSD.....	52
4.4 MODELO 4 - SDHFFVRPTWSD	56
4.5 EVOLUÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO PROPOSTO	56
5. RESULTADOS COMPUTACIONAIS E DISCUSSÃO	58
5.1 ESTRATÉGIA DE MODELAGEM PARA DEFINIÇÃO DA FROTA	58
5.2 PLANEJAMENTO DOS TESTES E PARÂMETROS INICIAIS	59
5.3 RESULTADOS COM O MODELO 1 - HFFVRP	64
5.4 RESULTADOS COM O MODELO 2 - HFFVRPTW	68

5.5	RESULTADOS COM O MODELO 3 - HFFVRPTWSD.....	75
5.6	RESULTADOS COM O MODELO 4 - SDHFFVRPTWSD	83
5.7	CONSOLIDAÇÃO DOS RESULTADOS	91
5.8	COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS COM A OPERAÇÃO ATUAL	94
6.	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS	101
7.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	104
8.	APÊNDICE 1. MODELO EM GAMS PARA O HFFVRP	112
9.	APÊNDICE 2. MODELO EM GAMS PARA O HFFVRPTW	115
10.	APÊNDICE 3. MODELO EM GAMS PARA O HFFVRPTWSD.....	119
11.	APÊNDICE 4. MODELO EM GAMS PARA O SDHFFVRPTWSD.....	123

1. INTRODUÇÃO

O desenvolvimento da tecnologia observado ao longo das últimas décadas trouxe grande impacto em diversas áreas das relações humanas. É evidente que o crescente desenvolvimento de facilidades tecnológicas alterou o curso das relações de mercado até então praticadas, sobretudo no que se refere ao modelo de comunicação. Neste quesito, a tecnologia permitiu uma vasta expansão dos limites de comunicação até então estabelecidos, considerando que estes restringiam-se às possibilidades físicas do contato entre os agentes de oferta e procura. Com isso, importantes mudanças ocorreram principalmente no modelo de gestão empresarial, pois o ambiente competitivo que antes se dava em limites geograficamente definidos, passou a ter uma dimensão global (NOVAES, 2004).

A partir desta nova realidade, onde as operações de mercado passaram a ter a possibilidade de serem concretizadas à distância, cresce a necessidade de movimentação dos bens comercializados para entrega ao cliente. Neste novo modelo, novos processos e atividades foram integrados à estrutura de produção e atendimento ao cliente, e com isso, o setor de distribuição assumiu papel estratégico na busca da melhoria do nível de serviço, e a integração de todos os membros da cadeia de suprimentos passou a ser sinônimo de vantagem competitiva para a organização. Competências como agilidade na entrega, confiabilidade e disponibilidade do produto, tornaram-se fundamentais para a sobrevivência da organização (NOVAES, 2004).

A Logística Empresarial surge neste ambiente tendo como missão ampliar a vantagem competitiva nas organizações por meio do aprimoramento das atividades capazes de agregar valor ao cliente (BELFIORE, 2006). Para isso, as organizações passam a analisar as etapas de seus processos, buscando maximizar a eficiência global e, ao mesmo tempo, reduzir os custos envolvidos no processo de produção. Neste contexto, as atividades que envolvem transporte e distribuição física surgem como um importante elo da cadeia produtiva.

Diversos estudos sobre a melhor alocação dos recursos de transporte foram desenvolvidos ao longo do tempo e, dentre estes, estudos que buscam solucionar problemas de roteirização de veículos passam a compor o conjunto de temas relevantes para os conhecimentos logísticos. Segundo Chopra e Meindl (2003), as decisões operacionais mais importantes relacionadas ao transporte na cadeia de suprimentos estão relacionadas à definição das rotas (roteirização) e aos cronogramas (programação) de coletas e entregas. Desta forma, a alocação eficiente dos veículos tem grande contribuição no atingimento dos objetivos organizacionais.

Problemas de Roteirização de Veículos (*Vehicle Routing Problems* - VRP) é a denominação dada ao conjunto de problemas que tratam a designação de veículos para o atendimento de clientes (CHRISTOFIDES et al., 1981). Segundo Christofides (1985), os VRP são definidos como problemas de distribuição nos quais veículos localizados em um depósito central devem ser programados para visitar clientes geograficamente dispersos, de modo a atender suas demandas conhecidas.

De maneira mais ampla, os VRP têm diversas aplicações práticas e não se restringem ao contexto logístico de transporte. Como exemplo, tem-se as atividades de coleta de lixo, onde as rotas devem ser definidas de modo que percorram um conjunto de vias e atendam toda a demanda de coleta minimizando a distância total percorrida. Outro exemplo é o caso das linhas de transporte urbano, no qual determinada demanda de passageiros deve ser atendida mediante a execução de uma ou mais rotas, e para isso, busca-se minimizar a distância total percorrida e não exceder a capacidade dos veículos.

Considerando a aplicabilidade dos VRP em situações reais, observa-se na literatura que a classificação adotada para os diversos tipos de VRP tem relação direta com o contexto abordado, e busca refletir os elementos que compõem o problema, posto que as restrições e características de cada problema precisam ser consideradas na elaboração da solução proposta, influenciando diretamente na complexidade do problema.

1.1 DELINEAMENTO DA PESQUISA

Dentre as diversas classificações dos VRP, está o aqui denominado Problema de Roteirização de Veículos com Frota Heterogênea Fixa, Janelas de Tempo, Entregas Fracionadas e Limitações de acesso (*Site-Dependent Heterogenous Fixed Fleet Vehicle Routing Problem with Time Windows and Split Deliveries* - SDHFFVRPTWSD). Este caso particular de VRP surgiu como combinação dos problemas que apresentam: (i) frota heterogênea fixa, em que a frota de veículos utilizada é limitada e composta por mais de um tipo de veículo (*Heterogenous Fixed Fleet Vehicle Routing Problem* - HFFVRP); (ii) restrições de janelas de tempo para atendimento aos clientes (*Vehicle Routing Problem with Time Windows* - VRPTW); (iii) entregas fracionadas, isto é, em que eventualmente os clientes podem ser atendidos por mais de um veículo (*Vehicle Routing Problem with Split Deliveries* - VRPSD); e (iv) limitações de acesso, em que determinados clientes apresentam incompatibilidade de acesso à determinados tipos de veículos (*Site-Dependent Vehicle Routing Problem* - SDVRP). Sendo uma combinação

dos quatro tipos citados, o SDHFFVRPTWSD é caracterizado como um VRP que apresenta simultaneamente todas as características acima mencionadas.

Portanto, este trabalho tem como *objeto de estudo* o SDHFFVRPTWSD. Considerando o caráter prático do problema, tem-se como principal motivação abordar e solucionar o problema configurado em uma reconhecida empresa brasileira de serviços postais, denominada neste trabalho como Empresa X, que tem como uma de suas principais operações a distribuição de carga expressa na zona oeste da cidade de São Paulo, caracterizada como um caso típico de SDHFFVRPTWSD.

Diante do problema caracterizado na Empresa X, este trabalho buscou contribuir para o avanço do conhecimento, tendo a seguinte *questão de pesquisa* como foco principal de desenvolvimento: É possível empregar programação matemática para modelar adequadamente e resolver eficazmente o problema de roteirização de veículos com frota heterogênea fixa, janelas de tempo, entregas fracionadas e limitações de acesso na Empresa X?

Como *hipótese* inicial à questão de pesquisa, este trabalho buscou comprovar que: É possível empregar programação matemática para modelar adequadamente e resolver eficazmente o problema de roteirização de veículos com frota heterogênea fixa, janelas de tempo, entregas fracionadas e limitações de acesso na Empresa X.

1.2 OBJETIVOS

Considerando a questão de pesquisa proposta, o *objetivo principal* deste trabalho é aplicar a programação matemática para descrição e resolução do SDHFFVRPTWSD, buscando assim solucionar o problema configurado na Empresa X.

Para o alcance do objetivo principal, definiram-se as seguintes etapas como intermediárias ou *objetivos específicos*: (i) estudar os VRP, com ênfase em trabalhos que consideraram frota heterogênea, janelas de tempo, entregas fracionadas e limitações de acesso; (ii) estender modelos de programação matemática da literatura para descrever o cenário real da Empresa X; (iii) implementar os modelos propostos utilizando linguagens de modelagem e aplicativos de otimização; (iv) analisar e comparar os desempenhos dos modelos propostos ao resolver exemplos reais obtidos com a Empresa X; (v) comparar os resultados obtidos em termos de custo com a operação praticada na Empresa X, verificando assim a viabilidade econômica para implantação.

1.3 JUSTIFICATIVAS

Tendo em vista o contexto abordado, este trabalho tem como principal *justificativa* acadêmica o fato de não ter sido identificada na literatura, trabalhos que aplicaram abordagens exatas para o problema em questão. Do ponto de vista organizacional, a principal justificativa reside na melhor utilização da frota de veículos disponível, o que implica na redução dos custos fixos e variáveis envolvidos na operação da Empresa X, além do cumprimento dos horários de entregas de mercadorias, o que está vinculado diretamente à qualidade do serviço prestado. Além disso, tem-se o fato de se poder proporcionar à Empresa X uma metodologia para construção das rotas, posto que atualmente este processo é executado de forma empírica e baseado exclusivamente na experiência dos programadores, sendo que, neste processo, constata-se que os horários de entrega de carga muitas vezes não são cumpridos pelo motivo de serem programados de forma inexequível na prática. Espera-se que estes fatores venham colaborar de forma relevante para a gestão do conhecimento, métodos de trabalho e consequente aumento da competitividade da Empresa X, o que torna importante o desenvolvimento deste trabalho.

1.4 METODOLOGIA

Do ponto de vista de *classificação metodológica da pesquisa*, este trabalho se enquadra no ramo da pesquisa empírica quantitativa, definida por Martins (2012) como sendo o tipo de pesquisa cujas variáveis são mensuradas por meio de valores quantificáveis. Considerando a característica prática deste estudo, foi escolhida a modelagem e simulação como *método de pesquisa*, pois, conforme definido por Morabito e Pureza (2012), um modelo é um meio para se chegar a uma visão estruturada da realidade, ou seja, uma representação simplificada de um sistema real.

O problema enfrentado pela Empresa X foi modelado por meio de programação matemática e testado em situação real após validação. Para que o modelo se mostrasse aderente à realidade apresentada, os dados utilizados durante o estudo foram coletados diretamente nos documentos, registros e histórico da Empresa X, sendo, portanto, de fonte documental. Considerando que o objetivo está relacionado à exploração de um problema específico sobre o qual se identificou pouco material na literatura, a pesquisa teve característica exploratória no seu desenvolvimento, pois buscou trazer relevantes contribuições a um problema ainda pouco explorado.

1.5 ORGANIZAÇÃO DA PESQUISA

Para desenvolvimento do conteúdo, este trabalho está estruturado em seis capítulos. No Capítulo 2 são inicialmente revisados os primeiros trabalhos que tratam dos Problemas de Roteirização de Veículos. Em seguida, são revisados os principais trabalhos e autores que tratam dos VRP com Frota Heterogênea, Janelas de Tempo, Entregas Fracionadas e Limitações de acesso, abordando suas definições e principais características na solução dos VRP. Posteriormente, são revisados alguns dos trabalhos que abordaram VRP com algumas das características mencionadas de forma simultânea, e que serviram de base para formulação do problema real da Empresa X.

No Capítulo 3 são abordadas as principais características da operação da Empresa X e, em seguida, é detalhada a etapa de Encaminhamento e seu modelo de operacionalização.

No Capítulo 4 é apresentada a modelagem matemática aplicada na representação do problema da Empresa X, sendo citados, também, os modelos que serviram como base para a construção do modelo completo. É detalhada a construção do modelo proposto, com seus índices, parâmetros e variáveis, bem como cada uma das expressões que compõem o modelo.

No Capítulo 5 são apresentados e discutidos os resultados computacionais obtidos na aplicação do modelo proposto, considerando algumas instâncias geradas a partir de dados reais obtidos com a Empresa X, sendo estas planejadas considerando vários cenários e características do problema original, com o objetivo de verificar a eficácia do modelo matemático proposto na resolução do problema abordado.

Por fim, no Capítulo 6 são apresentadas as conclusões e perspectivas futuras deste trabalho.

2. PROBLEMAS DE ROTEIRIZAÇÃO DE VEÍCULOS

Neste capítulo, são apresentadas as principais abordagens dos VRP presentes na literatura e que têm relação com o problema estudado neste trabalho. Para isso, a primeira seção apresenta os trabalhos e autores que trataram os VRP de forma mais genérica e que serviram de modelo original para as derivações que surgiram posteriormente, assim como as principais classificações presentes na literatura. Na seção seguinte, será abordado o VRP com frota heterogênea e algumas das principais referências da literatura. O VRP com janelas de tempo é tratado na Seção 2.3 e, de igual modo, alguns dos trabalhos mais relevantes. No tópico seguinte, é apresentada uma revisão dos trabalhos que trataram o VRP com entregas fracionadas. Encerrando as restrições que compõem o problema tratado na Empresa X, na Seção 2.5 são abordados mais especificamente os autores que trataram o VRP com limitação de acesso e algumas revisões importantes deste caso particular. Finalizando a abordagem dos VRP, a Seção 2.6 apresenta uma compilação de alguns casos presentes na literatura que abordaram VRP com as restrições consideradas de forma combinada.

2.1 A CLASSE DE PROBLEMAS DE ROTEIRIZAÇÃO DE VEÍCULOS

Os *Vehicle Routing Problems* - VRP têm origem no chamado Problema do Caixeiro Viajante (*Traveling Salesman Problem* - TSP) que, segundo Bodin et al. (1983), trata-se de um problema de otimização que consiste em determinar a menor rota através dos nós de uma rede, de modo que esta deve iniciar e terminar no mesmo nó sem repetir visitas. Foi proposto como um jogo por Willian Rowan Hamilton que consistia em determinar uma rota que passasse por todos os nós de um dodecaedro exatamente uma vez, construindo assim um circuito chamado hamiltoniano.

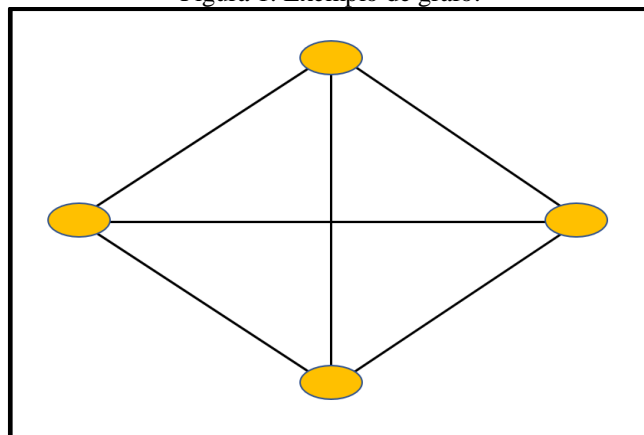
Observando a proposição do TSP e a própria definição dos VRP, fica evidente a relação entre eles, uma vez que, segundo Laporte et al. (2000), os VRP consistem em definir rotas de veículos que minimizem o custo total de atendimento, cada um dos quais iniciando e terminando no depósito. A partir deste caso, a literatura descreve uma gama ampla de variações de VRP que diferem nos elementos que compõem a estrutura de cada caso. Para Golden et al. (2008), os VRP são definidos como sendo uma das classes mais estudadas de problemas de otimização combinatória, e tratam do projeto ideal de rotas a serem utilizadas por uma frota de veículos para servir um grupo de clientes. Deste modo, o termo VRP é designado para identificar uma classe de problemas com diversas aplicações e segmentações particulares, tendo

como principal objetivo encontrar rotas com o menor custo possível de viagem, que pode estar associado à distância total percorrida e/ou à quantidade de veículos utilizados (BODIN, 1983).

Considerando o aspecto prático, os diversos casos de VRP foram estudados e definidos a partir do ambiente e características particulares em que cada problema ocorre, já que, em geral, o objetivo é modelar e solucionar um problema real dentro de um determinado contexto, que muitas vezes envolve uma grande quantidade de fatores e restrições. Diante disso, em termos computacionais, os VRP são classificados como *NP-hard*, o que significa dizer que possuem complexidade exponencial (BALDACCI, 2008). Por este motivo, grande parte das soluções propostas na literatura foram obtidas por métodos heurísticos, que são de implementação menos complexa, porém fornecem soluções subótimas.

No estudo dos VRP, alguns elementos são frequentemente utilizados. Como objeto mais básico, é possível citar a utilização dos chamados “grafos”, que, segundo Feofiloff et al. (2011), trata-se de um conjunto (N, A) , em que N representa um conjunto finito de nós e A representa um conjunto finito de arestas. A Figura 1 ilustra um exemplo de grafo composto por quatro nós e seis arestas.

Figura 1. Exemplo de grafo.

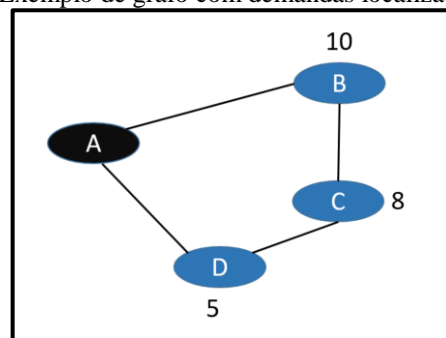


Fonte: O Autor.

Os grafos são recorrentemente utilizados para representar a localização de clientes e depósito, a definição de rotas e outros itens fundamentais ao estudo de roteirização. Como exemplo, em algumas aplicações dos VRP, a orientação do grafo é considerada, podendo o grafo ser definido como: (i) ligado por arestas, o que permite o veículo percorrer ambos os sentidos que ligam os correspondentes nós (nestes casos, o grafo é classificado como não direcionado); ou (ii) ligado por arcos, quando então o veículo está restrito a percorrer um dado sentido entre os nós (para estes, diz-se que o grafo tem orientação em arcos, sendo classificado

como direcionado). O caso mais simples que pode ilustrar a diferença entre arcos e arestas são os sentidos das vias urbanas. Sendo a via definida como de sentido duplo, sua representação no grafo é em arestas. Sendo a via definida como sentido único, sua representação no grafo é em arcos. Outro exemplo é a “localização da demanda”, classificada na literatura em dois tipos principais que diferem na forma como a demanda é considerada no grafo. No primeiro, as demandas dos clientes estão localizadas nos nós. Uma das classes mais representativas deste caso é o próprio TSP. A Figura 2 ilustra um exemplo de grafo com demandas localizadas nos nós, onde o depósito é representado pelo nó “A”, de onde partem e chegam os veículos.

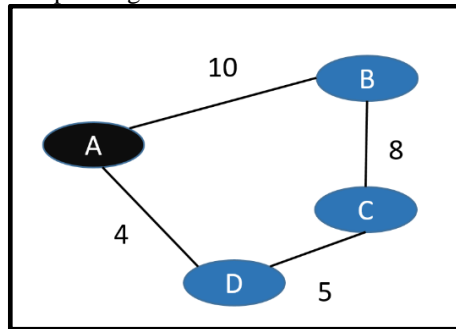
Figura 2. Exemplo de grafo com demandas localizadas nos nós.



Fonte: O Autor.

No segundo tipo, as demandas estão localizadas nos arcos. Neste caso, para atendimento de uma demanda, o veículo precisa percorrer um arco entre dois nós. Nesta classe, um dos exemplos mais representativos é o Problema do Carteiro Chinês (*Chinese Postman Problem - CPP*). Segundo Solomon e Desrosiers (1988), o CPP trata-se de uma variação do TSP, tendo como principal distinção a localização da demanda nos arcos ao invés de localizada nos nós. O objetivo consiste em determinar uma única rota econômica de modo que todos os clientes sejam visitados pelo menos uma vez. O problema é baseado em um único depósito e o carteiro (veículo) deve sair e retornar à mesma base (BELFIORE, 2006). A Figura 3 ilustra um exemplo de grafo onde as demandas estão localizadas nos arcos.

Figura 3. Exemplo de grafo com demandas localizadas nos arcos.



Fonte: O Autor.

Os VRP envolvem um conjunto amplo de diferentes problemas que foram tratados por diversos autores, que por sua vez apresentaram classificações e taxonomias diferentes para diversos tipos de problemas. Dentre as diversas classificações dos VRP constantes na literatura, os parâmetros de classificação mais comuns foram obtidos a partir dos trabalhos de Christofides (1985), Bodin e Golden (1981), Bodin et al. (1983), Assad (1988), Ronen (1988) e Brejon (1998). Nestes trabalhos, as principais características dos casos estudados são agrupadas em 4 categorias: 1. Função objetivo, 2. Restrições, 3. Variáveis de decisão e 4. Hipóteses/recursos e características do problema (BELFIORE, 2006).

Segundo Junqueira (2013 apud HASLE, KLOSTER, 2007; DREXL, 2012), os VRP podem ser descritos com base em dez elementos que compõem cada caso específico, a saber: veículos, motoristas, clientes, pedidos, depósitos, malha viária, rotas, objetivos, horizonte de tempo e nível de planejamento. Ainda segundo o autor, as combinações dos elementos propostos dão origem às diversas variações do problema original. Observando as definições citadas é possível observar que os VRP são classificados de acordo com as restrições e características do problema abordado, tendo em comum pelo menos quatro elementos na composição do problema, a saber: (i) frota de veículos; (ii) demanda a ser atendida; (iii) clientes geograficamente dispersos; e (iv) custos associados a cada aresta/arcos.

Um dos principais casos particulares dos VRP é o Problema de Roteirização de Veículos Capacitado (*Capacited Vehicle Routing Problem* - CVRP), que, segundo Gendreau et al. (2008), consiste em otimizar o atendimento das demandas de determinado grupo de clientes, utilizando, para isso, uma frota com características idênticas e capacidade de carga limitada. O CVRP clássico apresenta como restrições o início e término das rotas no mesmo depósito, de forma que toda a demanda de um cliente seja atendida pelo mesmo veículo (cada cliente deve ser visitado uma única vez) e a capacidade dos veículos não seja excedida. O CVRP pode ser visto, portanto, como múltiplos TSPs construídos no mesmo grafo, tendo restrições adicionais de capacidade e a demanda como determinística (BELFIORE, 2006).

Um dos principais trabalhos que abordou o CVRP teve como contexto um problema real, denominado *The Truck Dispatching Problem* (“O Problema de Despacho de Caminhões”, em tradução livre). Neste trabalho, os autores Dantzig e Ramser (1959) tratam do problema de minimizar as distâncias percorridas durante a entrega de combustível, onde veículos partem de um único terminal para atendimento de vários clientes distribuídos geograficamente, sendo a demanda de cada cliente conhecida e a capacidade dos veículos idêntica.

Trabalhos dedicados a revisões, classificações e a descrever o estado da arte dessa classe de problemas foram amplamente publicados ao longo dos anos. Uma das principais referências do assunto foi publicada por Bodin et al. (1983), sendo o primeiro trabalho abrangente, onde retratou as principais modelagens dos VRP. Laporte e Osman (1995) apresentam uma vasta bibliografia, abordando os principais autores que trataram os VRP, relacionando as estratégias de solução adotadas para os diversos casos.

Ronen (1988) apresenta uma classificação dos VRP voltada ao ambiente prático de cada caso. Para isso, o autor classifica os VRP em: (i) problemas relativos à transporte de passageiros; (ii) problemas de prestação de serviços (roteirização de veículos e equipes de manutenção para serviços públicos); e (iii) problemas relativos ao transporte de carga (distribuição e coleta de carga).

Assad (1988) propôs uma classificação dos VRP considerando como critério os atributos de cada aplicação. Desta forma, o autor classifica os VRP considerando: (i) frota de veículos, podendo esta ser composta por veículos com características idênticas (frota homogênea) ou veículos de diferentes tipos (frota heterogênea); (ii) quanto à programação: problemas que consideram janelas de tempo para atendimento de clientes e/ou periodicidade como dias da semana; e (iii) características do atendimento: somente coletas, somente entregas ou coletas e entregas.

Cordeau (2007) apresenta uma revisão dos principais tipos de VRP, em que são descritas as principais formulações e estratégias de solução exatas e heurísticas para o CVRP. Golden et al. (2008) apresentam uma compilação dos trabalhos que trataram os VRP com os resultados considerados mais significativos em termos de avanços metodológicos ou abordagens desde o ano 2000, separando-os em visões gerais e novas orientações em modelagens, algoritmos e aplicações práticas. Baldacci e Mingozzi (2009) apresentam uma revisão dos estudos de diversas classes de VRP e seus principais métodos de solução, assim como uma taxonomia que considera, entre outros elementos, uma classificação em termos de tipo de frota. Posteriormente, Laporte (2009) apresentou uma importante revisão por ocasião do aniversário de cinquenta anos de estudos dos VRP, considerando como marco inicial a abordagem de Dantzig e Ramser

(1959), quando, a partir de então, foram desenvolvidos vários estudos focados nas diversas subclasses dos VRP, tanto por abordagens heurísticas quanto exatas. Neste estudo o autor abordou os principais métodos de solução exatos e heurísticos desenvolvidos até então.

Eksioglu et al. (2009) apresentaram uma revisão da taxonomia constante na literatura para as diversas classes de VRP. Segundo os autores, esse trabalho teve como objetivo consolidar e propor uma metodologia de classificação da literatura relativa aos VRPs, considerando que o assunto tem um vasto ambiente de aplicação e estudo, podendo ser considerado multidisciplinar. Posteriormente, Irnich et al. (2014) apresentam uma importante revisão dos VRP, sobretudo os trabalhos que trataram problemas combinados, demonstrando as principais estratégias de solução aplicadas.

2.2 PROBLEMAS DE ROTEIRIZAÇÃO COM FROTA HETEROGÊNEA

Os Problemas de Roteirização de Veículos com Frota Heterogênea (*Heterogenous Fleet Vehicle Routing Problem* - HFVRP) consistem em atender clientes geograficamente dispersos utilizando, para isto, uma frota composta por veículos com características diferentes. Yaman (2006) apresenta um trabalho focado nas formulações dos HFVRP. Neste estudo, a autora apresenta seis diferentes formulações para o problema, sendo quatro delas baseadas nas restrições de *Miller Tucker-Zemlin* e outras duas baseadas em fluxos de mercadorias para eliminação de subtours. Baldacci e Mingozzi (2009) apresentaram um algoritmo exato para tratamento dos HFVRP. Segundo os autores, o algoritmo proposto apresentou melhores resultados do que os, até então, conhecidos na literatura, quando aplicados a instâncias de referência e novas instâncias geradas pelos autores.

Uma das principais classificações dos HFVRP é apresentada nos trabalhos de Gendreau et al. (1999) e Tarantilis et al. (2004). Os autores apresentam uma separação dos HFVRP em duas categorias: (i) *Heterogeneous Fixed Fleet Vehicle Routing Problem* (HFFVRP), onde o problema de roteirização é composto por uma frota fixa de veículos, i.e., em quantidade limitada; e (ii) *Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem* (FSMVRP), onde a frota é considerada como ilimitada e, com isso, além de determinar o conjunto de rotas, define-se também o tamanho e a configuração ideal da frota (*mix* de veículos).

Embora esta classificação conste em trabalhos mais recentes, Golden et al. (1984) apresentaram um dos primeiros trabalhos que tratou os FSMVRP. Nesse estudo, o objetivo foi dimensionar e determinar a composição da frota, minimizando o custo total da operação. Para isso, os autores consideraram o atendimento de um grupo de clientes com demandas

conhecidas, de modo que as rotas começassem e terminassem no mesmo depósito. No referido estudo, a heurística das economias (*savings*) foi aplicada em conjunto com a heurística do tipo roteiriza e agrupa (roteiro gigante) proposta inicialmente por Beasley (1983). Foram implementadas também heurísticas de melhoria baseadas na troca de arcos (2-opt, 3-opt). É importante mencionar que as principais formulações para os HFVRP têm como base o trabalho de Golden et al. (1984), e, por este motivo, esse trabalho compôs a base das referências para modelagem do problema da Empresa X.

Gheysens et al. (1984) apresentam uma análise das principais heurísticas aplicadas na resolução dos FSMVRP e propuseram uma nova heurística para solução do problema, fazendo comparações entre os resultados obtidos pelas heurísticas abordadas.

Quanto aos HFFVRP, Taillard (1999) o abordou propondo uma resolução por método heurístico. O autor propôs uma solução baseada no método criado a partir da geração de colunas. Os custos variáveis foram definidos como dependentes dos tipos de veículos que compõem a frota, tendo como objetivo definir rotas que minimizem os custos totais de operação. Os HFFVRP também foram estudados por Li et al. (2006), que propuseram soluções para um conjunto de oito instâncias da literatura. Neste estudo, os autores partiram de uma frota previamente definida buscando a melhor alocação dos veículos na construção das rotas, tendo como objetivo minimizar a distância total percorrida.

Vários autores se dedicaram ao estudo dos HFVRP e suas extensões e também à trabalhos que retrataram o estado da arte desta classe de problemas. Baldacci et al. (2008) apresentaram uma importante revisão, classificando os diversos tipos de HFVRP. Nesse trabalho, os autores apresentam uma classificação baseada nos tipos de custos envolvidos, sendo: (i) HVRPFD (*Heterogenous Vehicle Routing Problem with Fixed Costs and Vehicle Dependent Routing Costs*), onde os custos fixos e variáveis (custo de execução da rota) são considerados na construção da solução do HFVRP, tendo a frota inicialmente fixa; (ii) HVRPD (*Heterogenous Vehicle Routing Problem with Vehicle Dependent Routing Costs*), onde a solução parte de uma frota fixa e somente o custo da rota é considerado em função do tipo de veículo; (iii) FSMFD (*Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Fixed Costs and Vehicle Dependent Routing Costs*), onde a solução define a composição da frota considerando os custos fixos e variáveis das rotas; (iv) FSMF (*Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Fixed Costs*), onde a solução define a composição da frota considerando apenas os custos fixos. Além da classificação, os autores abordaram os principais métodos heurísticos existentes na literatura.

Hoff et al. (2010) apresentaram uma revisão dos trabalhos que trataram a composição da frota aplicada aos problemas de roteirização de frota marítima e rodoviária. Os autores apresentam as principais classificações dos problemas em termos de composição de frota, além de formulações matemáticas existentes na literatura. Mais recentemente, Koç et al. (2015) apresentam uma revisão das diversas extensões dos problemas de roteirização com frota heterogênea, incluindo alguns problemas combinados, como restrições de janelas de tempo. Os autores apresentaram análises comparativas dos resultados obtidos na aplicação dos principais algoritmos descritos na literatura para os HFVRP.

A Tabela 1 apresenta alguns dos principais trabalhos que trataram HFVRP, identificando-os na coluna 1. Na coluna 2, são destacados aqueles que trataram de revisões dos HFVRP. A coluna 3 apresenta o modelo de frota considerado em cada trabalho e a coluna 4 apresenta o método de solução utilizado.

Tabela 1. Trabalhos que trataram o HFVRP.

1. Trabalho	2. Trabalho Revisão	3. Qtd. de Veículos	4. Método de Solução
Golden et al. (1984)	-	Ilimitada	Heurístico
Geysens, et al. (1984)	-	Ilimitada	Heurístico
Taillard (1999)	-	Limitada	Heurístico
Yaman (2006)	X	-	-
Li et al. (2006)	-	Limitada	Heurístico
Baldacci et al. (2008)	X	-	-
Hoff et al. (2010)	X	-	-
Baldacci e Mingozzi (2009)	-	Limitada	Exato
Kochetov e Khmelev (2015)	-	Ilimitada	Heurístico
Koç et al. (2016)	X	-	-

2.3 PROBLEMAS DE ROTEIRIZAÇÃO COM JANELAS DE TEMPO

Problemas de Roteirização de Veículos com Janelas de Tempo (*Vehicle Routing Problem with Time Windows* - VRPTW) consistem em uma extensão do CVRP, onde o serviço em cada cliente deve começar dentro de uma janela de tempo associada, e o veículo deve permanecer no local do cliente durante o serviço (CORDEAU et al., 2000). É importante notar que o fato que evidencia o cumprimento das janelas de tempo é o início do serviço no cliente,

ou seja, o veículo deve chegar no cliente para atendimento dentro da janela estabelecida. No entanto, eventualmente, o veículo pode partir após o fechamento da janela definida.

Quanto ao cumprimento das janelas de tempo, algumas formulações permitem que o veículo chegue no cliente após o fechamento das janelas, mediante a imposição de penalidades. Em outras formulações, o descumprimento das janelas de tempo não é permitido. Em ambos os casos, se o veículo chegar no cliente antes da abertura da janela definida, o mesmo deve aguardar sua abertura para início do serviço. É importante destacar que, no caso de haver janelas de tempo para o(s) depósito(s), o seu cumprimento restringe, por consequência, o tempo de duração das rotas, sendo este aspecto considerado em muitas formulações apresentadas na literatura.

O VRPTW foi abordado por Solomon (1986), sendo construída uma abordagem por meio da análise de comportamento do pior-caso (*worst case performance*). Solomon desenvolveu heurísticas construtivas para solução do problema, sendo: economias, vizinho mais próximo, inserção, métodos de agrupa-roteiriza, roteiro gigante e heurísticas de melhoria baseada na troca de arcos, tendo a frota de veículos como homogênea.

Solomon (1987) apresenta um importante trabalho no qual propõe sete métodos heurísticos para resolução do VRPTW, sendo: (i) Heurística das economias (*savings*); (ii) Heurística das economias com limite de espera; (iii) Heurística do vizinho mais próximo com consideração temporal; (iv) Heurística de inserção I1, que considera como critério de inserção de clientes na rota, a minimização do acréscimo de tempo e distância; (v) Heurística de inserção I2, que considera como critério de inserção de clientes na rota, a minimização do tempo e da distância total percorrida; (vi) Heurística de inserção I3, sendo esta heurística semelhante a I1 com modificações relativas ao critério de início do atendimento no cliente, considerando eventualmente o cliente não alocado que tenha a menor soma de tempo e distância ao depósito; e (vii) Heurística da varredura com consideração temporal.

Dentre os trabalhos que apresentaram revisões dos VRPTW, destaca-se Cordeau et al. (2000), que apresentaram uma revisão de classificação dos VRPTW, sendo revisados também os principais métodos de solução. Os autores comparam os resultados computacionais dos métodos abordados considerando instâncias referências da literatura. Mais recentemente, Desaulniers et al. (2014) apresentaram uma importante revisão das principais formulações para o VRPTW e os métodos abordados na literatura. Dada a abrangência dessa revisão, esse trabalho foi utilizado como parte das referências para a construção do modelo utilizado para representar o problema da Empresa X. A Tabela 2 apresenta alguns dos principais trabalhos que trataram o VRPTW.

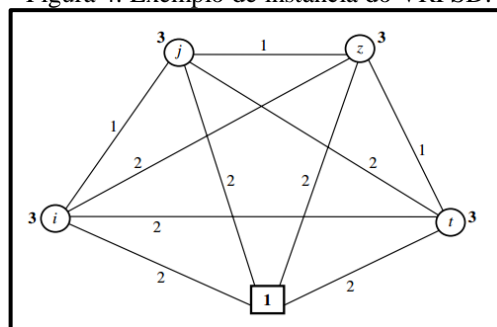
Tabela 2. Trabalhos que trataram o VRPTW.

1. Trabalho	2. Trabalho Revisão	3. Tipo de Frota	4. Qtd. de Veículos	5. Método de Solução
Baker (1982)	-	Homogênea	Limitada	Exato
Solomon (1986)	-	Homogênea	Ilimitada	Heurístico
Solomon (1987)	-	Homogênea	Ilimitada	Heurístico
Cunha e Gualda (1997)	-	Homogênea e Heterogênea	Ilimitada	Heurístico
Cordeau et al. (2000)	X	-	-	-
Oliveira e Santos (2008)	-	Homogênea	Ilimitada	Exato
Desaulniers et al. (2014)	X	-	-	-

2.4 PROBLEMAS DE ROTEIRIZAÇÃO COM ENTREGAS FRACIONADAS

O Problema de Roteirização de Veículos com Entregas Fracionadas (*Vehicle Routing Problem with Split Deliveries* - VRPSD) tem como característica a permissão de que eventualmente os clientes possam ser atendidos por mais de um veículo. Sendo assim, tem-se como característica fundamental que o VRPSD, na verdade, trata-se de uma relaxação do CVRP original, pois a premissa de que cada cliente deve ser visitado por apenas um veículo é “relaxada”, o que permite obter soluções iguais ou mais econômicas. Como exemplo, observe a instância apresentada na Figura 4.

Figura 4. Exemplo de instância do VRPSD.

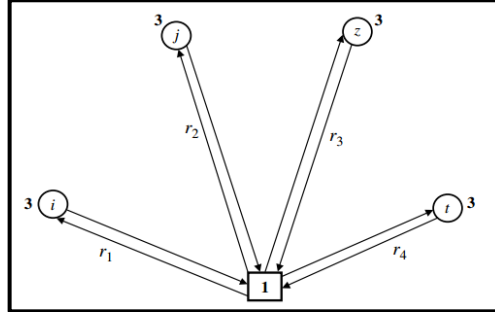


Fonte: Adaptado de Archetti et al. (2006).

Como pode-se observar, o grafo representa um exemplo de instância onde o depósito é representado pelo nó 1 e os demais clientes (i, j, z, t) possuem demandas iguais à 3 unidades e as respectivas distâncias indicadas. Supondo que cada veículo tenha a capacidade de 4 unidades,

a Figura 5 ilustra a solução para a instância proposta considerando as premissas do CVRP, ou seja, em que cada cliente deve ser atendido uma única vez. Nesta solução, os clientes são atendidos por quatro veículos que percorrem um total de 16 unidades de distância.

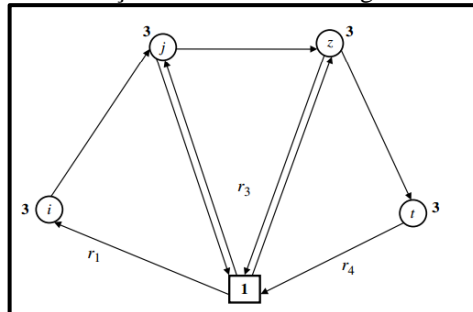
Figura 5. Solução sem considerar entregas fracionadas.



Fonte: Adaptado de Archetti et al. (2006).

Na Figura 6, a instância foi resolvida considerando a possibilidade de entregas fracionadas. Nesta solução, o veículo r_1 atende toda a demanda do cliente i e uma unidade de demanda do cliente j . O veículo r_3 atende duas unidades de demanda do cliente j e duas unidades de demanda do cliente z . Por fim, o veículo r_4 atende uma unidade de demanda do cliente z e toda a demanda do cliente t . Sendo assim, admitindo-se a possibilidade de entregas fracionadas, a mesma instância pôde ser resolvida utilizando três veículos que percorrem um total de 15 unidades de distância, o que comprova que a relaxação da restrição de entrega única pode possibilitar a obtenção de soluções mais econômicas.

Figura 6. Solução considerando entregas fracionadas.



Fonte: Adaptado de Archetti et al. (2006).

A partir desta característica, surge naturalmente a necessidade de se definir a quantidade de carga (ou porção de demanda) que será entregue em cada visita a cada cliente. Em termos práticos, as entregas fracionadas podem ocorrer como opção, i.e., a característica do problema tratado permite que esse seja resolvido considerando tanto entrega única quanto entregas

fracionadas. Em outros casos, a demanda de determinados clientes é maior que a capacidade do veículo, o que obriga que a restrição de entrega única seja relaxada para que o problema se torne factível.

O VRPSD foi introduzido na literatura por Dror e Trudeau (1989, 1990), que em seus trabalhos apresentaram uma abordagem heurística e propuseram uma formulação matemática para o problema com a aplicação da técnica de busca local implementada em duas fases. Nestes estudos, os autores consideraram que as demandas dos clientes são menores do que a capacidade dos veículos. Os autores, por meio da formulação matemática do problema, apresentaram uma comparação das economias que podem ser geradas quando se permite que um dos clientes seja atendido por mais de um veículo. Considerando que as formulações apresentadas pelos autores constituem a base para a modelagem de entregas fracionadas existentes na literatura, esses trabalhos compuseram as referências utilizadas para modelagem do problema da Empresa X.

Archetti et al. (2008) apresentaram um interessante estudo no qual os autores analisam as vantagens da permissão de entregas fracionadas em relação ao CVRP. A partir de um estudo empírico, o estudo demonstra que a economia do modelo com entregas fracionadas está relacionada principalmente com a redução da quantidade de veículos utilizados. Além disso, segundo os autores, o grau de economia é influenciado diretamente pelo percentual de variação de demanda, sendo que, quanto mais estável a demanda dos clientes se apresentar, maior é a economia obtida pela prática de entregas fracionadas.

A Tabela 3 apresenta alguns dos principais trabalhos que trataram o VRPSD e as características do problema estudado em cada caso.

Tabela 3. Trabalhos que trataram o VRPSD.

1. Trabalho	2. Trabalho Revisão	3. Tipo de Frota	4. Qtd. de Veículos	5. Método de Solução
Dror e Trudeau (1989)	-	Homogênea	Ilimitada	Heurístico
Dror e Trudeau (1990)	-	Homogênea	Ilimitada	Heurístico
Dror et al. (1994)	-	Homogênea	Ilimitada	Exato
Archetti et al. (2006)	-	Homogênea	Ilimitada	Heurístico
Chen et al.(2007)	-	Homogênea	Ilimitada	Heurístico
Archetti et al. (2008)	X	-	-	-
Archetti e Speranza (2012)	X	-	-	-
Silva et al. (2015)	-	Homogênea	Ilimitada	Heurístico
Chen et al. (2017)	-	Homogênea	Ilimitada	Heurístico

2.5 PROBLEMAS DE ROTEIRIZAÇÃO COM LIMITAÇÕES DE ACESSO ÀS UNIDADES

O Problema de Roteirização de Veículos com Limitações de acesso (*Site-Dependent Vehicle Routing Problem* - SDVRP) (também chamadas de restrições de acessibilidade) consiste em um problema com restrições adicionais ao CVRP, motivado pela recorrente situação observada em casos reais, em que há a impossibilidade de determinados tipos de veículos de atenderem certos clientes. Em geral, esta restrição decorre de questões estruturais ou restrições em vias de acesso para determinados veículos, tendo aplicações em diversas situações reais. Como exemplo, tem-se a roteirização de navios que eventualmente podem estar restritos ao atendimento de determinados portos por conta da altura do calado.

Chao et al. (1999) propuseram uma heurística para resolução do SDVRP, onde os autores consideraram que cada cliente pode ser visitado por apenas um tipo de veículo, e cada veículo pode ser utilizado uma vez. Os autores concluíram que o método proposto solucionou de forma eficiente problemas com pequena quantidade de clientes. Posteriormente, Chao e Liou (2005) apresentaram uma nova heurística baseada em busca tabu para resolver este problema. Para tal, os clientes foram associados a grupos de veículos, sendo permitido o atendimento de cada cliente por apenas um tipo de veículo. O método proposto foi testado em vinte e três

instâncias da literatura, e os autores concluíram que os resultados demonstraram a eficácia do mesmo.

Quanto aos trabalhos de revisão, Irnich et al. (2014) apresentam uma importante revisão dos VRP que trataram, entre outros casos, limitações de acesso. Desaulniers et al. (2014) apresentam uma estratégia de exclusão de variáveis que consiste em eliminar as variáveis que combinam clientes com janelas de tempo incompatíveis, podendo esta estratégia também ser aplicada nos casos em que veículos e clientes são incompatíveis. Dado o fato desta estratégia contribuir com o desempenho computacional de algoritmos exatos, uma vez que a exclusão de variáveis reduz o esforço computacional, esta estratégia foi aplicada para modelagem das limitações de acesso da Empresa X. A Tabela 4 apresenta alguns dos trabalhos que trataram VRP com limitações de acesso.

Tabela 4. Trabalhos que trataram o SDVRP.

1. Trabalho	2. Trabalho Revisão	3. Qtd. de Veículos	4. Método de Solução
Chao et al. (1999)	-	Ilimitada	Heurístico
Chao e Liu (2005)	-	Ilimitada	Heurístico
Alonso et al. (2008)	-	Ilimitada	Heurístico
Irnich et al. (2014)	X	Ilimitada	Heurístico
Schwarze (2016)	-	Ilimitada	Heurístico

2.6 PROBLEMAS COM RESTRIÇÕES COMBINADAS

A literatura descreve alguns casos de VRP onde os elementos frota heterogênea, janelas de tempo, entregas fracionadas e limitações de acesso foram estudados de forma combinada, tendo como abordagem de solução tanto métodos exatos como heurísticos. Dentre os trabalhos com relação mais próxima ao problema estudado na Empresa X, destaca-se Cunha (1997), que abordou um VRP com frota heterogênea fixa e janelas de tempo (HFFVRPTW). Nesse estudo, o autor partiu das heurísticas aplicadas ao VRPTW com frota homogênea, acrescentando a heurística de agrupamento e alocação sequencial.

Belfiore (2006) apresenta o estudo do FSMVRPTWSD (*Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Time Windows and Split Deliveries*) que é a combinação das características do CVRP com frota heterogênea, janelas de tempo e entregas fracionadas. Em

seus estudos, Belfiore abordou um método de solução a partir da aplicação de heurística construtiva em conjunto com a meta-heurística *Scatter Search* para resolução do problema. Posteriormente, Belfiore e Yoshizaki (2009) trataram do FSMVRPTWSD aplicando o mesmo método de solução, porém considerando um problema real de uma empresa de grande porte atuante no ramo de varejo. Nesse caso, o problema envolveu um único depósito que atendia 519 clientes distribuídos em 11 estados do Brasil, tendo sido considerada uma frota ilimitada e composta por quatro tipos de veículos. A Tabela 5 apresenta alguns dos trabalhos que trataram as restrições consideradas no problema da Empresa X de forma combinada.

Tabela 5. Trabalhos que trataram restrições de forma combinada.

1. Trabalho	2. Tipo de Frota	3. Qtd. de Veículos	Considerações Práticas			7. Método de Solução
			4. Janelas de Tempo	5. Entregas Fracionadas	6. Limitações de acesso	
Frizzell e Griffin (1995)	Homogênea	Ilimitada	X	X	-	Heurístico
Cunha (1997)	Heterogênea	Limitada	X	-	-	Heurístico
Liu e Shen (1999)	Heterogênea	Ilimitada	X	-	-	Heurístico
Cordeau e Laporte (2001)	Heterogênea	Limitada	X	-	X	Heurístico
Belfiore (2006)	Heterogênea	Ilimitada	X	X	-	Heurístico
Belfiore e Yoshizaki (2009)	Heterogênea	Ilimitada	X	X	-	Heurístico
Belfiore e Yoshizaki (2013)	Heterogênea	Ilimitada	X	X	-	Heurístico
Koç et al. (2015)	Heterogênea	Limitada Ilimitada	X	-	-	Heurístico
Bernal et al. (2017)	Heterogênea	Ilimitada	X	-	-	Heurístico

No próximo capítulo, será descrito o fluxo operacional da Empresa X, as principais etapas do processo produtivo, além dos custos da operação. Também será abordada de forma detalhada a etapa de Encaminhamento, que é o foco principal deste trabalho.

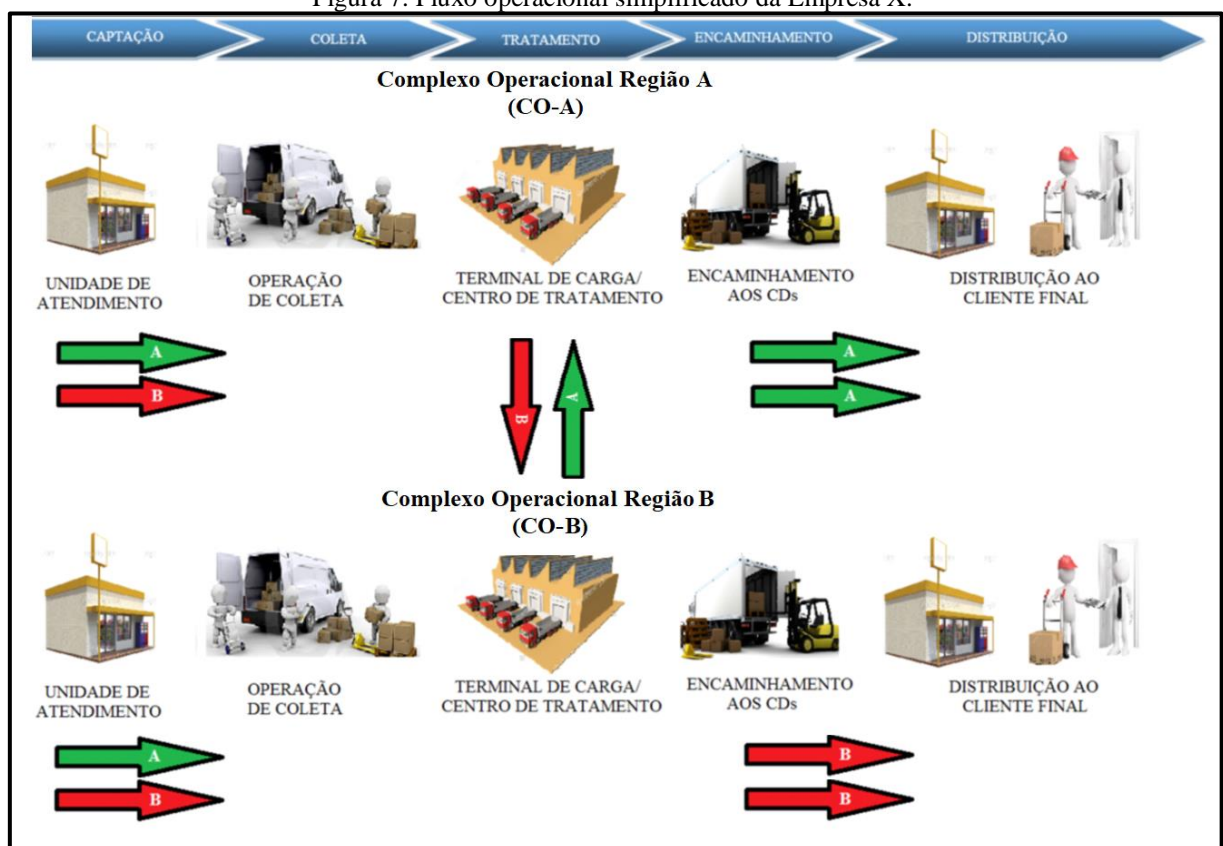
3. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA NA EMPRESA

O problema tratado neste trabalho tem como ambiente de aplicação uma reconhecida empresa atuante no ramo de distribuição de carga expressa, denominada aqui genericamente como Empresa X. Nas seções seguintes, será descrito de forma resumida o fluxo operacional com as principais etapas que compõem o processo produtivo da Empresa X, e, em seguida, o detalhamento da etapa de Encaminhamento, que é o foco deste trabalho.

3.1 FLUXO OPERACIONAL

Com atuação relevante no mercado e atividades em todo o território nacional, a Empresa X tem sua cadeia produtiva composta por diversas operações, que transcorrem em cinco etapas: Captação, Coleta, Tratamento, Encaminhamento e Distribuição. A Figura 7 ilustra as principais etapas do fluxo operacional, que serão detalhadas ao longo desta seção.

Figura 7. Fluxo operacional simplificado da Empresa X.



Fonte: O Autor.

A etapa de Captação marca o início da cadeia produtiva da Empresa X, sendo concretizada com a entrega do objeto em uma das unidades de atendimento, mediante a contratação de um dos diversos serviços oferecidos aos clientes. Em linhas gerais, o portfólio da Empresa X é composto por serviços de entrega expressa e econômica, que podem estar agregados à serviços adicionais em determinadas regiões e para determinados tipos de objetos, de acordo com a necessidade do cliente. Após o recebimento do objeto, as unidades de atendimento executam os registros no sistema próprio e consolidam os objetos em unitizadores primários (UPs), que consistem em recipientes propriamente projetados para armazenagem e transporte de carga (Figura 8).

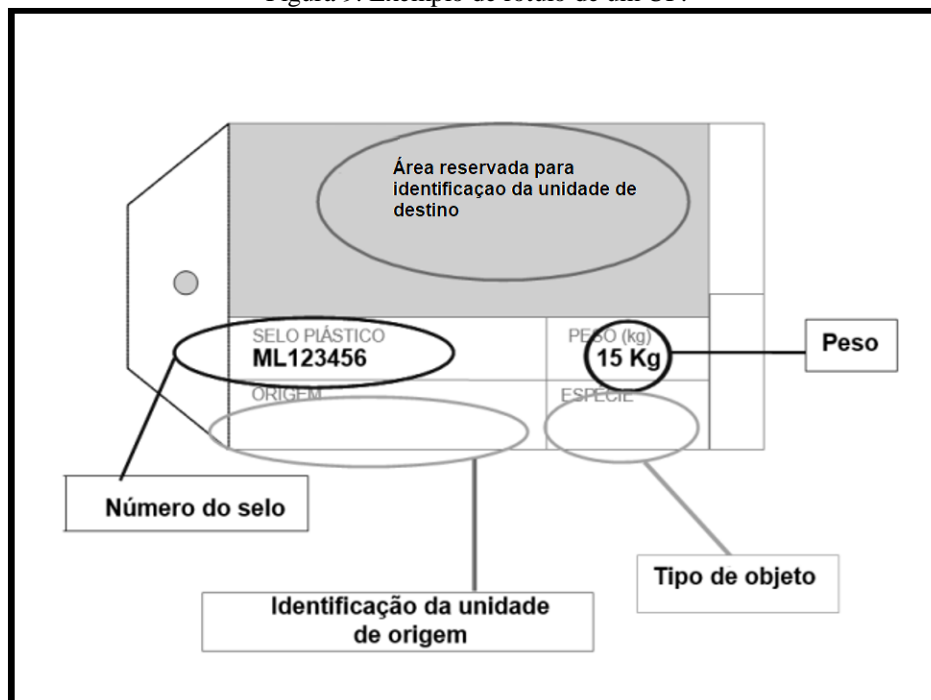
Figura 8. Exemplo de Unitizador Primário.



Fonte: Arquivos da Empresa X.

O processo de unitização da carga tem como princípio a separação dos objetos de acordo com o tipo de tratamento previsto para cada tipo de produto, de modo que sejam agrupados no mesmo unitizador somente os produtos que irão receber o mesmo processamento. Nesta atividade é fundamental a correta unitização para garantir que o tratamento da carga irá transcorrer dentro do prazo previsto, pois, considerando que os produtos se diferem pelo prazo de entrega e área de abrangência, a correta unitização e identificação dos UPs é o que garante que os produtos serão tratados com a devida prioridade. Posteriormente, os UPs são lacrados e recebem um rótulo de identificação onde são registradas as principais informações de seu conteúdo, como tipo de produto, Centro de Tratamento (CT) de destino, peso, unidade de origem e número de lacre ou selo plástico. A Figura 9 ilustra um exemplo de rótulo de identificação de UP.

Figura 9. Exemplo de rótulo de um UP.



Fonte: Arquivos da Empresa X.

Depois da unitização dos objetos, inicia-se a segunda etapa do fluxo operacional, que consiste na Coleta da carga por veículos que transportam os UPs até o Complexo Operacional (CO) onde será processado o tratamento. A estrutura operacional da Empresa X conta com diversos COs estrategicamente localizados que são responsáveis por receber e tratar os objetos coletados nas diversas unidades de atendimento da região de jurisdição.

Os COs são compostos por estrutura semelhante, que compreende em sua formação mais básica: (i) um Terminal de Carga (TC), responsável pelo recebimento dos veículos oriundos das coletas, disponibilização da carga ao CT e posterior carregamento e expedição da carga tratada aos diversos Centros de Distribuição (CDs) de sua região; (ii) um CT, responsável pelo recebimento da carga, triagem dos objetos por CD de destino e disponibilização da carga ao TC para expedição aos CDs.

Cada CO é responsável pelo tratamento da carga captada nas unidades de atendimento de sua jurisdição e posterior encaminhamento aos CDs de sua jurisdição. Porém, na etapa de Captação, alguns objetos são destinados a regiões fora da jurisdição do CO local. Neste caso, ocorre a operação de troca de carga entre COs, representada na Figura 7 pelas setas identificadas pelas letras “A” e “B”. O fluxo “A” representa a carga a ser tratada pelo CO da região “A” (CO-A), e o fluxo “B” representa a carga a ser tratada pelo CO da região “B” (CO-B). Observe que os TCs recebem cargas destinadas a ambas as regiões, porém o TC, ao descarregar os veículos oriundos das unidades de atendimento, procede a triagem e o encaminhamento da carga de

outras regiões ao TC de destino, de modo que cada TC encaminhe para a etapa de tratamento somente a carga com destino local. Esta operação é realizada no TC que utiliza linhas de transporte específicas para esta finalidade. Da mesma forma, o TC recebe linhas de transporte oriundas de outras regionais que trazem carga para tratamento e distribuição na região local. Sendo assim, nas etapas de Tratamento e Encaminhamento, somente é processada a carga destinada a região local.

O Tratamento da carga recebida no CT marca a terceira etapa do fluxo operacional da Empresa X. Nesta etapa, os UPs recebidos pelo TC (que operou o descarregamento dos veículos oriundos das unidades de atendimento e disponibilizou a carga ao CT) são abertos e os objetos são triados obedecendo planos de triagem específicos, que consideram o CD de destino, tipo de produto e dimensões. O tratamento da carga é feito por máquinas de triagem e de forma manual para alguns produtos cujo formato ou volume não possibilita que a carga seja classificada como “maquinável”. Após tratada, a carga é disponibilizada ao TC para expedição.

Após receber a carga tratada, o TC inicia a quarta etapa do fluxo operacional, que consiste no Encaminhamento da carga aos CDs. Esta etapa será detalhadamente explicada na seção seguinte, sendo o foco deste trabalho.

Por fim, a quinta etapa do fluxo operacional ocorre nos diversos CDs, que são unidades responsáveis pela entrega dos objetos ao cliente final. Cada CD é responsável pela etapa de Distribuição dos objetos destinados à sua área de cobertura, que corresponde, em linhas gerais, a um conjunto de bairros definidos a partir de critérios operacionais, como a densidade populacional de localização e o volume de carga médio entregue na região. Para isso, após receber a carga, os CDs executam uma nova triagem dos objetos, desta vez separando-os por distritos, que consistem em um conjunto de ruas que será atendido pelo mesmo entregador, também denominado agente de distribuição.

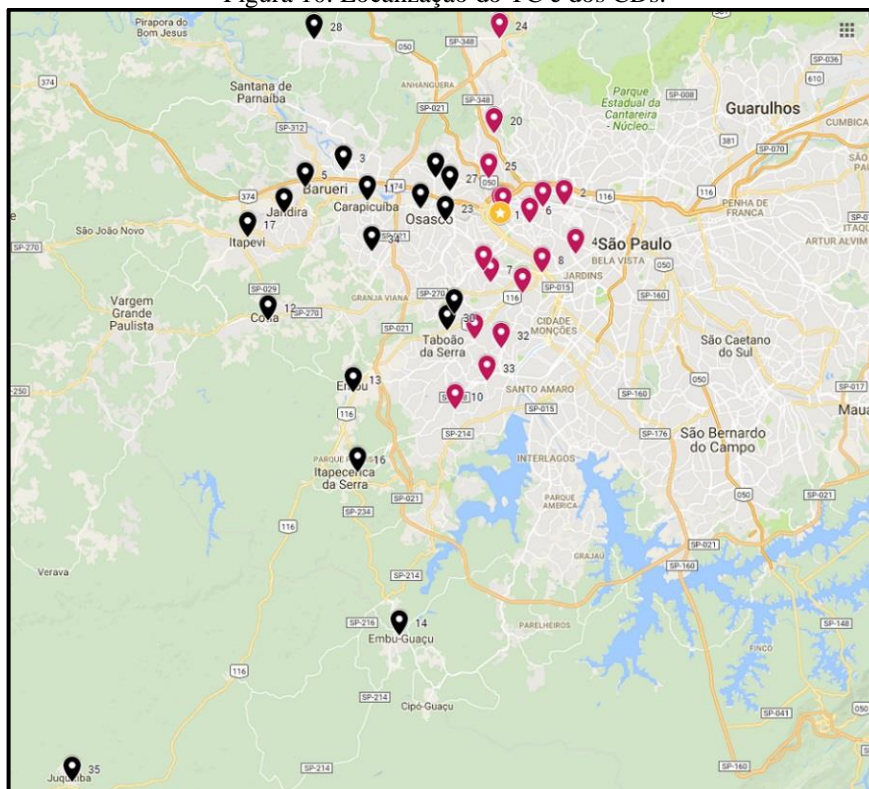
As operações descritas no fluxo operacional ocorrem de forma semelhante em todas as áreas de atuação da Empresa X, podendo, no entanto, assumir pequenas variações de acordo com particularidades regionais. A seguir, será descrita detalhadamente a etapa de Encaminhamento da carga aos CDs.

3.2 ETAPA DE ENCAMINHAMENTO

O estudo desenvolvido neste trabalho se concentra na etapa de Encaminhamento, ou seja, quando a carga tratada pelo CT é disponibilizada ao TC para carregamento dos veículos e expedição aos CDs jurisdicionados. Conforme mencionado anteriormente, esta operação ocorre

de forma semelhante nos diversos COs da Empresa, porém, a operação foco deste trabalho ocorre em um dos três TCs situados na região metropolitana da cidade de São Paulo, mas especificamente na região Oeste sendo, portanto, identificado neste trabalho como TC Oeste. O TC Oeste é parte integrante do Complexo Operacional Oeste (CO Oeste), que, como explicado, trata-se do CO responsável pelas operações relativas à carga captada e destinada à região Oeste da cidade de São Paulo. O CO Oeste tem sob sua jurisdição trinta e quatro CDs geograficamente distribuídos em treze municípios da região metropolitana de São Paulo, sendo, portanto, esta a quantidade de clientes que o TC tem responsabilidade no encaminhamento da carga. Por questões operacionais, os clientes são classificados em dois grupos de acordo com sua localização, sendo região 5 (RG 5 – 16 clientes) o grupo de clientes situados no município de São Paulo, e região 6 (RG 6 – 18 clientes) o grupo de clientes situados nos demais municípios. A Figura 10 ilustra a localização dos clientes, assim como a localização do TC Oeste, destacada na figura por uma estrela. Os clientes da RG 5 estão destacados em vermelho e os clientes da RG 6 identificados em preto. Ambos os grupos são abastecidos pelo TC Oeste, de onde os veículos partem e retornam após a execução das rotas.

Figura 10. Localização do TC e dos CDs.



Fonte: Google Maps.

Diferentemente da configuração tradicional dos COs, o CO Oeste é composto por um TC e dois CTs que tratam tipos de objetos distintos, sendo um dedicado exclusivamente ao tratamento de objetos não urgentes (CTI), e outro dedicado ao tratamento de objetos urgentes (CTII). Outra particularidade do CO Oeste é a instalação vertical de suas unidades, onde o TC está situado no térreo, o CTI no primeiro nível e o CTII no subsolo. Por conta desta disposição, a transferência de carga entre unidades é executada com a utilização de dez elevadores operacionais que assumem fundamental importância no processo.

A etapa de Encaminhamento tem início na disponibilização da carga no chamado “ponto de transferência”, que é uma área demarcada no TC onde os CTs, após movimentação da carga pelos elevadores, disponibilizam a carga a ser expedida pelo TC, que a partir de então assume a responsabilidade pelo processo de encaminhamento. Considerando a grande quantidade de unitizadores a ser movimentada, os CTs consolidam os UPs nos chamados Unitizadores Secundários (USs), que são recipientes especialmente projetados para agrupar e transportar UPs. Desta forma, os UPs destinados ao mesmo CD são consolidados em USs, facilitando assim a operação de carregamento e descarregamento dos veículos. Os USs são compostos por quatro partes desmontáveis, sendo: (i) uma base plástica; (ii) uma “manga” de papelão, que compõe a lateral do unitizador; (iii) cinta de fechamento; e (iv) tampa para fechamento em material plástico. O fechamento do US é feito com a utilização de uma fita que tem como característica a alta resistência, que tenciona as partes do US com o auxílio de uma catraca. A Figura 11 ilustra exemplos de USs.

Figura 11. Exemplo de Unitizador Secundário.



Fonte: Arquivos da Empresa X.

Conforme é possível notar, os USs estão disponíveis em dois tamanhos, sendo o menor deles (P), equivalente à metade da capacidade do maior (G). É importante observar que, além de agrupar os UPs, a utilização dos USs tem como principal vantagem o fato de possibilitar a movimentação e o carregamento dos veículos por meio da utilização de equipamentos de movimentação de carga, pois a base dos USs possui formato que permite aos mesmos serem empilhados e transportados com a utilização de paleteiras, transpaleteiras e empilhadeiras. As principais características dos USs estão apresentadas na Tabela 6, onde são identificados os tipos de unitizador (P e G) e apresentadas suas características em termos de dimensões e capacidade.

Tabela 6. Características dos Unitizadores Secundários.

1. Características	2. Tamanho P	3. Tamanho G
Largura (m)	1,20	1,20
Comprimento (m)	1,00	1,00
Altura (m)	0,60	1,20
Capacidade (UP)	9	18
Capacidade (kg)	250	500
Capacidade Média (kg)	150	300

Semelhante à identificação utilizada nos UPs, os USs são identificados pelos CTs por meio de rótulos. Nestes rótulos, constam as principais informações da carga, como tipo de

produto, CT, data e, principalmente, o CD de destino. A Figura 12 ilustra um exemplo de padrão de rótulo utilizado para identificação de US.

Figura 12. Exemplo de rótulo de Unitizador Secundário.

Unidade de Destino		UF Destino:
		STES:
Tipo de objeto e prioridade:		
Linha de transporte:		Carimbo Origem:
Horário de Partida:		
Origem:	Box:	

Fonte: Arquivos da Empresa X.

A partir das informações registradas nos rótulos, o TC identifica o CD de destino e movimenta a carga para determinada doca, onde o veículo que atende o referido CD será carregado. É importante mencionar que esta movimentação ocorre à medida que a carga é disponibilizada na área de transferência. Portanto, os operadores do TC, ao movimentarem a carga da área de transferência, executam ao mesmo tempo a triagem da carga, posicionando-a defronte às docas de acordo com o destino. Embora a carga seja disponibilizada ao TC de forma contínua, o CT possui um horário limite para encerramento do tratamento da carga. Após este horário, a etapa de Tratamento é encerrada e a carga remanescente é disponibilizada ao TC para o encaminhamento aos CDs de destino.

3.2.1 Processo de Definição das Rotas

A expedição da carga inicia com a chegada dos veículos ao TC para carregamento. Cada veículo possui roteiro definido com horários e ordem de atendimento dos CDs, sendo carregados e expedidos pelo TC de acordo com os CDs de cada rota. Nesta operação, a Empresa X utiliza atualmente uma frota composta por quarenta e oito veículos, distribuídos em quatro tipos, sendo:

- Vans com capacidade de 1,5t – Com 36 unidades;
- Caminhões com capacidade de 3t – Com 6 unidades;
- Caminhões com capacidade de 8t – Com 4 unidades;
- Caminhões com capacidade de 14t – Com 2 unidades.

Diante das diferentes características dos veículos, fica evidente a *composição heterogênea da frota*.

O horário de execução das rotas e atendimento de cada unidade é definido considerando o fato de que cada CD possui processos internos que são iniciados a partir do recebimento da carga oriunda do TC, conforme mencionado anteriormente. Deste modo, cada CD possui um intervalo de tempo previsto para recebimento da carga (ou janela de tempo) que está relacionado com o tempo necessário para execução dos processos de distribuição, de modo que seja garantido o cumprimento do prazo de entrega ao destinatário final. Portanto, torna-se imperativo que a carga seja entregue ao CD *dentro da janela de tempo definida*. Para isto, em termos de tempo de execução das rotas, os operadores de programação buscam conciliar: (i) o horário limite de tratamento e disponibilização da carga no TC; (ii) os tempos das operações de carregamento e descarregamento no TC e nos CDs atendidos; e (iii) as janelas de tempo nos CDs envolvidos.

É importante destacar que, quanto ao cumprimento das janelas de tempo, é desejável e vantajoso para os CDs receberem a carga o mais cedo possível, pois com isso há ganhos no tempo de execução dos processos internos e na etapa de Distribuição. Sendo assim, na prática busca-se atender aos CDs o mais próximo possível do início da janela de tempo, porém, nunca após o horário de fechamento, pois, neste caso, a principal penalização seria o prejuízo aos processos que compõem a etapa de Distribuição e o risco de perda do prazo de entrega dos objetos ao destinatário final.

Com relação à designação do tipo de veículo nas rotas, considera-se, além do volume de carga dos clientes e capacidade dos veículos, o fato de algumas unidades possuírem limitação de acesso. Estas restrições estão relacionadas a questões estruturais que impossibilitam o estacionamento adequado de veículos de maior porte, de modo que as operações de carregamento e descarregamento sejam executadas com segurança. Além das questões de estrutura, algumas unidades ficam impedidas de receber veículos de grande porte pela própria localização em que se encontram, por envolverem vias de grande circulação de veículos, sendo proibido o estacionamento na via que, eventualmente, também pode estar demarcada como

corredor de ônibus. Por conta disso, as particularidades de cada unidade também são levadas em consideração no processo de designação dos veículos e construção das rotas. A Tabela 7 apresenta a relação dos CDs e assinala com um X os tipos de veículos que cada CD está impossibilitado de receber.

Tabela 7. Limitação de acesso aos CDs.

1. CD	2. TIPO DE VEÍCULO				3. CD	4. TIPO DE VEÍCULO			
	1	2	3	4		1	2	3	4
1				X	18		X	X	X
2				X	19		X	X	X
3		X	X	X	20		X	X	X
4				X	21			X	X
5			X	X	22		X	X	X
6		X	X	X	23		X	X	X
7		X	X	X	24				X
8				X	25			X	X
9		X	X	X	26		X	X	X
10		X	X	X	27			X	X
11					28		X	X	X
12				X	29				
13				X	30				X
14		X	X	X	31		X	X	X
15			X	X	32			X	X
16				X	33		X	X	X
17					34		X	X	X

Diante do exposto, em que pese haver parâmetros e premissas considerados no processo de definição das rotas, a Empresa X não possui nenhum método estruturado para roteirização, sendo este processo balizado unicamente pela experiência dos operadores de programação, que em geral são especialistas nas regiões de atuação do TC, conhecendo, portanto, as características de cada CD da jurisdição. Sendo assim, as rotas são definidas tomando como parâmetros principais: (i) a demanda média dos clientes; (ii) as rotas já existentes; (iii) os veículos disponíveis; (iv) as janelas de tempo nos clientes; e (v) as limitações de acesso para determinados tipos de veículos em determinados CDs. A partir destas informações, os programadores executam as alterações nas rotas existentes e/ou criam novas rotas que são replicadas diariamente na etapa de Encaminhamento da carga.

As razões que motivam a alteração das rotas vigentes estão ligadas, em geral, ao surgimento de um novo CD, ou a alteração das janelas de tempo. Nestes casos, os operadores

de programação buscam preferencialmente atender a demanda por meio do ajuste das rotas já existentes. Não sendo possível, é proposta uma nova rota de acordo com a disponibilidade de veículos. Observa-se, no entanto, que esta prática implica na desconfiguração de qualquer lógica e/ou critério observado quando da construção das rotas originais, pois o conjunto de rotas passa a ser fruto das diversas alterações executadas ao longo do tempo, tendo como único objetivo o encaminhamento total da carga e o cumprimento das janelas de tempo definidas. Além deste fato, embora o cumprimento das janelas de tempo seja considerado como imperativo, observa-se que na prática esta restrição é recorrentemente violada, pois algumas rotas têm horários difíceis de serem cumpridos, o que gera atraso na entrega da carga nos CDs e prejuízos operacionais, além do fato de se tornar difícil determinar se as rotas praticadas são as de menores custos para a organização.

3.2.2 Variação da Demanda

Outro fator que gera a necessidade de alteração das rotas é o aumento da demanda dos CDs, que pode ocorrer em dois casos. No primeiro caso, a variação da demanda ocorre de forma gradativa ao longo do tempo e é detectada por meio do acompanhamento periódico da ocupação média dos veículos, que serve também para identificar possibilidades de utilização dos veículos na inclusão de novos CDs. Nesse caso, a variação da demanda tende a permanecer por longo período e exige a análise dos operadores de programação para verificar possibilidades de ajustes nas rotas que serão alteradas de forma permanente. Nesta ocasião, o procedimento de alteração ocorre de modo semelhante àquele adotado nos casos de inclusão de novos clientes, ou seja, dando preferência ao rearranjo das rotas existentes e, caso não seja possível, pela criação de uma nova rota considerando a disponibilidade de veículos.

No segundo caso, o aumento de demanda assume característica sazonal, ou seja, em determinado dia ou curto período, geralmente motivado por fatores externos (p.e, fim de ano, datas comemorativas, promoções no *e-commerce*, etc.). Nesse caso, o aumento da demanda ocorre de forma repentina e é identificado pela impossibilidade de encaminhamento de toda a carga de determinado CD por meio dos veículos regulares. Diferentemente das ações adotadas no caso de aumento de demanda permanente, a solução praticada na ocorrência de demandas sazonais é suprir a carga excedente por meio da troca do veículo regular por outro de maior capacidade, mediante solicitação à área de transporte, pois não há tempo para análise e alteração das rotas de modo que seja possível rearranjar as rotas existentes. Nestas ocorrências, corre-se o risco de não haver disponível veículo de maior capacidade, mas sim um de capacidade inferior

ao regular da rota, o que impossibilita a simples substituição do veículo regular e manutenção do roteiro original. Nestes casos, a solução encontrada é a disponibilização de um veículo extra e alteração do roteiro original para atendimento exclusivo do cliente com volume excedente (nos casos em que o roteiro atende mais de uma unidade). Com isto, observa-se que o veículo extra não é necessariamente direcionado à unidade que apresenta volume de carga excedente, pois, eventualmente, se o roteiro original atende dois clientes, e um deles apresentou volume de carga excedente, opta-se por direcionar o veículo regular para atendimento exclusivo daquele que apresentou volume excedente. Consequentemente, o veículo extra é direcionado para o cliente que foi destacado da rota original, mesmo tendo apresentado volume de carga regular. Sendo assim, nota-se que o direcionamento do veículo extra não está vinculado necessariamente à unidade que apresenta aumento de carga, o que dificulta o registro histórico da variação de demanda se considerado apenas o direcionamento de veículos extras como parâmetro único de avaliação.

Considerando que os clientes possuem janelas de tempo, e ainda o fato de a demanda de alguns CDs ser maior que a capacidade máxima do maior veículo disponível, o processo de definição das rotas admite que a entrega em determinado cliente possa ocorrer *de forma fracionada*, caso necessário, desde que cumprida a janela de tempo. Porém, com o objetivo de minimizar o tempo das operações de descarregamento e manuseio da carga, busca-se evitar o fracionamento da entrega de carga.

3.2.3 Variação do Tempo de Percurso

Assim como ocorre com o parâmetro demanda, observa-se variação no tempo de percurso executado pelos veículos. Isto se deve ao fato dos clientes estarem situados na região metropolitana da cidade de São Paulo, o que sujeita a operação a fatores desconhecidos como ocorrências no trânsito, vias interditadas, alagamentos e demais problemas inerentes à circulação de veículos em uma grande metrópole. Nestas ocorrências, o primeiro impacto observado na operação é a impossibilidade da entrega da carga nos CDs dentro da janela de tempo estipulada. Este fator torna a operação mais vulnerável quanto mais apertada for a programação das rotas, o que significa dizer que, quanto mais unidades atendidas em uma mesma rota, maior será o prejuízo no caso do veículo sofrer intercorrências no trânsito.

A Empresa X possui ferramentas capazes de avaliar os tempos de percursos praticados nas rotas, o que possibilita definir os tempos médios de percurso entre todos os CDs e o TC. Tendo esse conhecimento, os operadores de programação consideram também este fator no

processo de construção das rotas. Porém, é comum os operadores, ao programarem as rotas, serem obrigados a reduzir os tempos de percurso para que seja possível a inclusão de trechos para atendimento de CDs. Embora este procedimento seja considerado prejudicial à execução das rotas, ele se faz necessário considerando que, eventualmente, pode não haver linhas com capacidade ociosa cujo percurso favoreça a inclusão do CD demandante, assim como pode não haver disponibilidade de veículos para criação de uma nova rota. Neste caso, o operador programa a rota mediante a redução dos tempos de percurso entre os demais trechos para que seja possível o atendimento do novo CD. Este fato é o principal motivo de se observar a rotineira violação das janelas de tempo nos CDs. Neste estudo, os tempos de percurso foram baseados no banco de dados histórico relativo aos tempos de percurso médios praticados para que as rotas propostas fossem factíveis.

3.2.4 Custos da Operação

Quanto aos custos envolvidos na operação, a Empresa X mantém dados históricos e documentais que compõem alguns indicadores da frota que são utilizados pela área de gestão de transporte. A partir desses indicadores, a empresa acompanha a utilização dos recursos, tempo de vida útil e substituição dos veículos, pois estes indicadores têm como base custos relativos à manutenção preventiva e corretiva e custos de amortização que espelham os custos fixos da frota.

Da mesma forma, os dados de utilização e desempenho dos veículos são acompanhados a partir de um sistema de gerenciamento de combustível, cujos registros baseiam-se nas operações de abastecimento e quilometragem percorrida, espelhando os custos variáveis da frota e tendo, entre outras informações, o consumo de combustível médio por tipo de veículo.

A partir dos dados históricos da frota, a Empresa X mantém o acompanhamento de custo médio para cada tipo de veículo, sendo os custos variáveis expressos em termos de \$/km. Quanto aos custos fixos, são considerados para a base de cálculo aqueles relativos à manutenção e depreciação da frota de forma separada por tipo de veículo. Assim, tem-se na composição dos custos a mensuração dos valores despendidos exclusivamente pela utilização (custos variáveis) e pela manutenção dos veículos (custos fixos), separados por cada tipo que compõe a frota. A partir desta informação, são traçadas metas por tipo de veículo em termos de \$/km e outras questões relativas ao planejamento de custos da operação. Diante deste modelo estruturado, neste trabalho foram considerados os custos fixos e variáveis vigentes na Empresa X. Porém, buscando preservar a confidencialidade dos dados, os custos foram descritos em unidades

monetárias (\$), que, embora não tenham relação direta com os custos reais, guardam proporcionalidade entre os tipos de veículos, possibilitando análises e comparações.

Quanto à mão de obra, os veículos são operados por motoristas mensalistas com variação de remuneração insignificante em termos de custos para a empresa. Como mencionado anteriormente, a operação de distribuição de carga tem como horizonte o período de um dia, sendo que as rotas encontradas na solução são válidas para a operação de segunda à sexta-feira.

Conforme descrito, o caso estudado na Empresa X está tipicamente enquadrado como um exemplo de SDHFFVRPTWSD, que representa uma classe particular de VRP. Até o momento, não se identificou na literatura a aplicação de métodos exatos para resolução deste caso, o que torna evidente a necessidade de exploração desta classe particular de VRP, ainda mais quando motivada por um caso real. Além disso, diante desta constatação, verifica-se que a aplicação de método exato para solução do SDHFFVRPTWSD se configura como oportunidade para o avanço do conhecimento.

Do ponto de vista organizacional, a definição de um método estruturado para construção das rotas aplicado à etapa de Encaminhamento é vantajosa, uma vez que descentraliza o conhecimento deste processo que, atualmente, depende exclusivamente do conhecimento dos operadores. Além deste fato, a garantia de que os recursos de transporte estão aplicados de maneira eficiente é de grande interesse para a Empresa X, uma vez que a utilização da frota de maneira otimizada tem influência direta nos custos operacionais e na qualidade da prestação de serviço, e, conseqüentemente, na competitividade da empresa.

4. MODELAGEM MATEMÁTICA

Conforme descrito no capítulo anterior, o problema tratado na Empresa X é uma composição de quatro tipos de problemas de roteirização de veículos. Desta forma, para representar adequadamente o problema tratado, foi utilizado como base um modelo matemático que considera apenas frota heterogênea fixa, baseado nos trabalhos de Golden et al. (1984) e Hoff et al. (2010) e, partindo deste modelo, foram inseridas considerações de janelas de tempo, entregas fracionadas e limitações de acesso, sendo, para isso, feitas as adaptações necessárias. Para facilitar as análises e comparações, a partir deste capítulo os modelos serão identificados da seguinte forma:

- Modelo 1: Considera apenas Frota Heterogênea Fixa;
- Modelo 2: Considera Frota Heterogênea Fixa e Janelas de Tempo;
- Modelo 3: Considera Frota Heterogênea Fixa, Janelas de Tempo e Entregas Fracionadas;
- Modelo 4: Considera Frota Heterogênea Fixa, Janelas de Tempo, Entregas Fracionadas e Limitações de acesso.

As seções seguintes descrevem com detalhes o procedimento adotado para construção do modelo proposto.

4.1 MODELO 1 - HFFVRP

Como característico nos VRP, o caso tratado na Empresa X consiste em atender a demanda de um conjunto de n clientes, tal que $C = \{1, 2, \dots, n\}$, em que todo cliente $i \in C$ tem uma demanda D_i não negativa. Para isso, estão disponíveis no depósito uma frota heterogênea fixa de veículos, composta por K tipos de veículos, tal que $k = \{1, 2, \dots, K\}$, sendo que cada tipo de veículo k tem capacidade Q_k e quantidade disponível V_k . Além disso, cada tipo de veículo k possui um custo fixo associado CF_k , de modo que a utilização do veículo de um dado tipo aciona o respectivo custo fixo. De igual modo, cada tipo de veículo k possui um custo variável CV_k , sendo este vinculado à distância percorrida pelo veículo.

O problema foi modelado considerando o grafo completo $G=(N,A)$ em que $N=\{0,1,2,...,n+1\}$ representa o conjunto de todos os nós (incluindo os nós 0 e $n+1$, que representam o depósito) e $A=\{(i,j):0\leq i,j\leq n+1,i\neq j\}$ representa o conjunto de todos os arcos do grafo, onde para cada par (i,j) existe uma distância $c(i,j)$ associada. É importante observar que, embora no problema prático exista apenas um depósito (TC) de onde os veículos partem e retornam ao fim do roteiro, no modelo matemático o depósito é representado pelos nós 0 e $n+1$. Assim, os veículos partem do nó 0 e chegam ao nó $n+1$, que na prática representam o mesmo depósito. A distância entre os nós 0 e $n+1$ é nula. A escolha desta forma de modelagem foi motivada pelo fato de possibilitar que as janelas de tempo no terminal sejam capturadas tanto na partida dos veículos quanto no retorno ao depósito. Sendo assim, o conjunto de clientes também pode ser definido por $C=N\setminus\{0,n+1\}$.

A variável binária $x_{i,j}^k$ assume o valor 1 se o veículo do tipo $k\in K$ percorre o arco $(i,j)\in A$, e 0 caso contrário. Por fim, a variável $y_{i,j}^k$ representa o fluxo de carga transportado no arco $(i,j)\in A$ pelo veículo do tipo $k\in K$.

A seguir, a Tabela 8 apresenta de forma sintética os conjuntos, parâmetros e variáveis do modelo matemático inicial. A coluna 1 relaciona os conjuntos, índices, parâmetros e variáveis, que são definidos na coluna 2.

Tabela 8. Conjuntos, índices, parâmetros e variáveis do Modelo 1 (HFFVRP).

Índices	
$i \in \{0, 1, 2, \dots, N\}$	Em que N é o total de nós do grafo;
$k \in \{1, 2, 3, \dots, K\}$	Em que K é o número de tipos de veículo.
Conjuntos	
A	Conjunto de todos os arcos, em que (i, i) , $(i, 0)$ e $(n+1, i)$ são excluídos;
K	Conjunto de todos os tipos de veículos.
$N = \{0, 1, 2, \dots, n+1\}$	Conjunto de todos os nós do grafo, em que 0 e $n+1$ representam o depósito;
$C = N \setminus \{0, n+1\}$	Conjunto de todos os clientes;
Parâmetros	
V_k	Quantidade disponível de veículos do tipo k ;
Q_k	Capacidade dos veículos do tipo k ;
D_i	Demanda do cliente i ;
$c_{i,j}$	Distância entre os nós i e j ;
CF_k	Custo fixo do veículo do tipo k ;
CV_k	Custo variável do veículo do tipo k ;
M	Número positivo suficientemente grande.
Variáveis	
$x_{i,j}^k$	Indica se o arco (i, j) é percorrido ou não pelo veículo do tipo k ;
$y_{i,j}^k$	Fluxo de carga transportado o arco (i, j) pelo veículo do tipo k ;

A seguir, serão descritas e explicadas as formulações matemáticas utilizadas no modelo matemático inicial. Conforme mencionado anteriormente, o Modelo 1 utilizado como base para a representar o problema da Empresa X foi baseado nos trabalhos de Golden et al. (1984) e Hoff et al. (2010), o qual representa um problema de roteirização com frota heterogênea fixa.

$$\text{Min} \sum_{k \in K} \sum_{j \in C} CF_k \cdot x_{0,j}^k + \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} CV_k \cdot c_{i,j} \cdot x_{i,j}^k \quad (1)$$

$$\sum_{j \in C} x_{0,j}^k \leq V_k, \quad \forall k \in K \quad (2)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in N} x_{i,j}^k = 1, \quad \forall j \in C \quad (3)$$

$$\sum_{i \in N} x_{i,j}^k - \sum_{i \in N} x_{j,i}^k = 0, \quad \forall j \in C, \forall k \in K \quad (4)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in N} y_{i,j}^k - \sum_{k \in K} \sum_{i \in N} y_{j,i}^k = D_j, \quad \forall j \in C \quad (5)$$

$$y_{0,j}^k \leq Q_k \cdot x_{0,j}^k, \quad \forall j \in C, \forall k \in K \quad (6)$$

$$y_{i,j}^k \leq M \cdot x_{i,j}^k, \quad \forall (i,j) \in A, \forall k \in K \quad (7)$$

$$x_{i,j}^k \in \{0,1\}, \quad \forall (i,j) \in A, \forall k \in K \quad (8)$$

$$y_{i,j}^k \geq 0, \quad \forall (i,j) \in A, \forall k \in K \quad (9)$$

A formulação (1) - (9) visa minimizar os custos totais de roteirização. A função objetivo (1) se refere em seu primeiro termo à soma dos custos fixos dos veículos utilizados, enquanto o segundo termo expressa os custos variáveis de execução das rotas, sendo que o custo variável está vinculado à distância total percorrida pelos veículos. A restrição (2) estabelece que a quantidade de veículos do tipo k utilizados não exceda a quantidade disponível. A restrição (3) garante que cada cliente seja visitado uma única vez. A restrição (4) garante a conservação do fluxo de veículos, pois obriga que todo veículo somente parta de determinado cliente se ele antes houver chegado neste mesmo cliente, garantindo assim a conexão entre os arcos (i, j) . Em outras palavras, esta expressão define que a quantidade de veículos que saem, menos a quantidade de veículos que entram de determinado nó, deve ser igual a 0. A restrição (5) garante que a demanda total do cliente seja atendida, uma vez que define que a diferença entre os fluxos de carga, antes e depois de visitar determinado nó, deve ser igual a demanda total do referido nó. A restrição (6) garante que a capacidade do veículo não seja excedida, i.e., que o fluxo de carga que parte do depósito (nó 0) em direção a qualquer cliente “ j ” deve ser menor ou igual à capacidade do veículo. A restrição (7) garante que o fluxo de carga transportada pelo arco (i, j) esteja condicionado à passagem de um veículo pelo mesmo arco. É importante mencionar que, nesta formulação, o parâmetro M é definido como a soma das demandas de todos os clientes, i.e., $M = \sum_{i \in C} D_i$, de modo que represente um valor positivo suficientemente

grande capaz de ativar a restrição quando a variável $x_{i,j}^k$ assumir valor 1. As restrições (8) e (9) definem o domínio das variáveis $x_{i,j}^k$ e $y_{i,j}^k$.

Além da formulação apresentada, foi aplicada uma estratégia de exclusão de variáveis (DESAULNIERS et al., 2014) com o objetivo de reduzir o número de variáveis deste modelo. No modelo com frota heterogênea, a exclusão de variáveis consiste em atribuir o valor 0 a toda variável $x_{i,j}^k$ para a qual é verificada a condição:

$$D_i + D_j > Q_k, \quad \forall j \in C, \forall k \in K \quad (10)$$

Ou seja, toda variável $x_{i,j}^k$ cuja soma das demandas de pares de clientes (i, j) exceda a capacidade do veículo do tipo k , é excluída das possibilidades de solução.

Partindo do modelo apresentado, na seção seguinte serão detalhadas as alterações e inclusões procedidas neste modelo para incorporação das restrições de janelas de tempo.

4.2 MODELO 2 - HFFVRPTW

As formulações usadas para modelar as restrições de janelas de tempo no problema da Empresa X foram baseadas em formulações clássicas existentes na literatura, dentre elas, as citadas no trabalho de Desaulniers et al. (2014). Para cada nó, é atribuída uma janela de tempo, sendo que os parâmetros e_i e l_i representam, respectivamente, o instante de abertura e de fechamento da janela de tempo do nó i . Além disso, para cada nó $i \in C$ é atribuído um tempo de serviço s_i , que se refere ao tempo gasto nas operações de carregamento e descarregamento em cada cliente i . O tempo de percurso para cada par (i, j) é definido pelo parâmetro $t_{i,j}$. A variável b_i^k adicionada ao modelo indica o instante em que o veículo k inicia o atendimento no cliente i . Na formulação proposta neste trabalho, todo veículo deve obrigatoriamente cumprir as janelas de tempo definidas, não sendo admitido o descumprimento nem mesmo penalização (ou seja, as janelas de tempo são rígidas).

Considerando que as formulações de janelas de tempo de atendimento se apresentam como restrições adicionais ao modelo inicial, sem qualquer prejuízo ou conflito com as restrições e características das expressões (1)-(9), não foi necessário alterar nenhuma restrição proposta inicialmente para incorporação das restrições de janelas de tempo. Sendo assim, a

adaptação do modelo se restringiu ao acréscimo dos elementos mencionados até aqui e resumidos na Tabela 9, que identifica os parâmetros e variável na coluna 1, explicando-os na coluna 2.

Tabela 9. Parâmetros e variável do Modelo 2 (HFFVRPTW).

Parâmetros	
e_i	Abertura da janela de tempo do nó i ;
l_i	Fechamento da janela de tempo do nó i ;
s_i	Tempo de serviço no nó i ;
$t_{i,j}$	Tempo de percurso entre os nós i e j .
$N_{i,j}$	Número não negativo suficientemente grande.
Variável	
b_i^k	Instante do início do atendimento do nó i pelo veículo k .

A partir dos parâmetros e variável definidos, foram adicionadas as seguintes restrições ao modelo:

$$b_i^k + s_i + t_{i,j} - N_{i,j} \cdot (1 - x_{i,j}^k) \leq b_j^k, \quad \forall (i, j) \in A, \forall k \in K \quad (11)$$

$$e_j \leq b_j^k \leq l_j, \quad \forall j \in C, \forall k \in K \quad (12)$$

$$b_j^k \geq 0, \quad \forall j \in C, \forall k \in K \quad (13)$$

A restrição (11) verifica o curso temporal lógico entre os clientes atendidos sequencialmente, uma vez que define que o instante de atendimento em determinado cliente j , somente se dará após o atendimento do cliente i (cliente antecessor) somado o tempo de percurso entre i e j . Em outras palavras, a restrição (11) garante que o instante de atendimento em determinado cliente i , somado ao tempo de percurso entre i e j , seja menor ou igual ao instante de atendimento no cliente j . A restrição (12) garante que as janelas de tempo sejam cumpridas, uma vez que define que o instante de início de atendimento em determinado cliente j deve estar entre a abertura e o fechamento da janela de tempo definida para este cliente. É importante notar que o parâmetro $N_{i,j}$ assume um valor não negativo suficientemente grande tal que $N_{i,j} = \max(l_i + s_i + t_{i,j} - e_j, 0)$. A restrição (13) define o domínio da variável b_i^k .

Da mesma forma aplicada ao modelo com frota heterogênea, o modelo com considerações adicionais de janelas de tempo também recebeu pré-processamento para exclusão de variáveis infactíveis. Neste caso, além da exclusão de variáveis cuja combinação de clientes excedem a capacidade do veículo, foi acrescentada a exclusão das variáveis cuja combinação de clientes possuem janelas de tempo incompatíveis, i.e., são excluídos as variáveis cuja combinação de cliente i e j para a qual é verificada a condição:

$$e_i + s_i + t_{i,j} > l_j, \quad \forall (i, j) \in A \quad (14)$$

Observe que a restrição (14) garante a lógica do curso temporal do veículo, uma vez que verifica a combinação de clientes cujos parâmetros impossibilitam o atendimento sequencial, atribuindo à respectiva variável $x_{i,j}^k$ o valor 0.

4.3 MODELO 3 - HFFVRPTWSD

A possibilidade de atendimento de clientes de forma fracionada consiste em uma relaxação do CVRP, pois, como mencionado anteriormente, o CVRP tem como uma das principais características o atendimento da demanda de cada cliente por um único veículo. Para isso, é imperativo que o veículo (ou pelo menos o maior veículo, no caso de frota heterogênea) seja capaz de transportar a maior de todas as demandas relacionadas no problema. Nos casos em que o veículo é incapaz de transportar toda a demanda de determinado cliente em uma só visita, caso a expressão de entrega única não seja “relaxada”, o problema se torna infactível. A partir da possibilidade de execução de entregas fracionadas, surge imediatamente a necessidade de se determinar a porção da demanda entregue ao cliente por cada veículo que o atende, o que é modelado a partir da definição de uma variável específica conforme segue. A Tabela 10 apresenta a definição da variável p_i^k .

Tabela 10. Variável do Modelo 3 (HFFVRPTWSD)

Variável	
p_i^k	Porção de demanda entregue ao cliente i pelo veículo do tipo k .

Assim, a variável p_i^k é utilizada para designar a porção de demanda entregue ao cliente i pelo veículo k em cada visita realizada. Por consequência, a soma das porções de demanda entregues obrigatoriamente deve ser igual à demanda total do cliente i .

As formulações utilizadas para modelar considerações adicionais de entregas fracionadas foram baseadas no trabalho de Dror et al. (1990), sendo que, para a incorporação de entregas fracionadas, foi necessário proceder adaptações no modelo considerado até aqui, conforme detalhado a seguir.

$$\sum_{i \in N} x_{i,j}^k \geq 1, \quad \forall j \in C, \forall k \in K \quad (15)$$

$$\sum_{i \in N} y_{i,j}^k - \sum_{i \in N} y_{j,i}^k = p_j^k, \quad \forall j \in C, \forall k \in K \quad (16)$$

$$\sum_{k \in K} p_j^k = D_j \quad \forall j \in C \quad (17)$$

$$p_j^k \geq 0, \quad \forall j \in C, \forall k \in K \quad (18)$$

A restrição (15) passa a substituir a restrição (3), tendo sido alterado o operador lógico de modo que a restrição passa a permitir que cada cliente receba mais de uma visita. A restrição (16) substitui a restrição (5), que passa a determinar que a variação da carga do veículo do tipo k , antes e depois do atendimento do cliente j , deverá ser exatamente a porção de demanda entregue no cliente j , e não a demanda total como define a restrição (5). Por consequência, foi adicionada a restrição (17), que garante que todo cliente terá sua demanda total atendida, uma vez que define que a soma das porções de demanda entregues a este cliente deve ser igual a sua demanda total. Por fim, a restrição (18) define o domínio das variáveis p_i^k .

É importante destacar que, para o modelo com entregas fracionadas, o pré-processamento definido pela restrição (10) não pode ser aplicado, uma vez que a variável que determina a quantidade de carga entregue a cada cliente, agora, é tratada como a porção da demanda do cliente que é entregue pelo veículo do tipo k . Desta forma, neste modelo permanece apenas a rotina de exclusão de variáveis relativas às janelas de tempo definida na restrição (14).

A aplicação do modelo com entregas fracionadas demonstrado até aqui, deflagrou uma importante constatação relacionada à utilização da variável p_i^k . A literatura apresenta vários trabalhos que tratam VRP com entregas fracionadas que, em geral, têm a frota como homogênea. Neste tipo de frota, o índice k se refere diretamente ao exemplar de veículo e a variável p_i^k é utilizada sem qualquer prejuízo ao modelo, pois, se referindo o índice k a um exemplar único, os valores atribuídos a p_i^k não assume valor vinculado à visita a determinado cliente i , uma vez que o índice k faz distinção entre os veículos visitantes. Porém, algumas formulações aplicadas à frota heterogênea, atribuem ao índice k o significado de tipo de veículo. Diante disso, identifica-se uma importante diferença no significado do índice k quando o problema tratado considera frota homogênea ou heterogênea, pois, enquanto no primeiro caso o índice se refere ao exemplar de veículo, no segundo, o índice k pode representar tanto o tipo como o exemplar de veículo.

A partir desta constatação, identificou-se a necessidade de adotar uma estratégia de modelagem diferenciada, pois, no caso da variável p_i^k ser aplicada no modelo em que o índice k denota o tipo de veículo, poderia haver conflito de valores nesta variável se, eventualmente, determinado cliente fosse visitado mais de uma vez por veículos de mesmo tipo. Como exemplo, considere o caso onde o cliente 1 com demanda 10 é atendido pelo veículo de tipo 1, que lhe entrega a porção igual a 4 de sua demanda, e pelo veículo do tipo 2, que lhe entrega a porção igual a 6 de sua demanda. Neste exemplo, as respectivas variáveis são $p_1^1 = 4$ e $p_1^2 = 6$. Por outro lado, considere que o cliente 1 seja atendido por dois veículos do mesmo tipo 1. Neste caso, a variável p_i^k assumiria os mesmos índices p_1^1 para denotar valores diferentes, ou seja, haveria conflito de valores nesta variável.

Importante destacar aqui, que a sobreposição de valores causada pelo significado atribuído ao índice k é uma característica que afetou exclusivamente o modelo que tratou entregas fracionadas, pois é proveniente da possibilidade de o mesmo cliente ser visitado mais de uma vez. Assim, as formulações dos Modelos 1 e 2 não sofrem nenhuma implicação proveniente do significado índice k , i.e, os modelos que não modelaram entregas fracionadas são válidos tanto para o k considerado como exemplar de veículo como tipo de veículo sem qualquer necessidade de adaptação.

Porém, o modelo proposto para representar o problema da Empresa X foi testado considerando o índice k como o *exemplar* de veículo e também como *tipo* de veículo com o objetivo de mensurar os reflexos nos resultados em ambas considerações. Para isso, buscando

solucionar o problema de possíveis sobreposição de valores na variável p_i^k , foi implementado um artifício na descrição da frota, de modo que fosse possível capturar os valores atribuídos à variável p_i^k nos casos de atendimento de um mesmo cliente por mais de um veículo de mesmo tipo. Este artifício consistiu em subdividir a quantidade de veículos de um dado tipo em m tipos “virtuais” (i.e., réplicas), preservando as características de capacidade e custos. Desta forma, a respectiva variável p_i^k pode capturar os valores relativos aos atendimentos a um mesmo cliente por veículos de um mesmo tipo. Considerando a quantidade relevante de exemplares de veículos do tipo 1, inicialmente este artifício foi aplicado exclusivamente a esta categoria de veículo.

A partir da implementação deste artifício, mesmo que o modelo considere o índice k como tipo de veículo ou como o próprio exemplar do veículo, é possível capturar os valores da variável p_i^k nos casos de repetição de atendimento pelo veículo de mesmo tipo, desde que não exceda a quantidade de m ocorrências. Porém, para que o artifício se mostrasse eficaz, a expressão (15) foi modificada de modo a permitir que cada cliente seja atendido até uma vez por cada tipo/exemplar de veículo conforme a seguir:

$$\sum_{i \in N} x_{i,j}^k \leq 1, \quad \forall j \in C, \forall k \in K \quad (19)$$

Assim, a substituição da expressão (15) pela (19) garante que cada cliente receba no máximo uma visita de cada veículo de tipo k . Sendo o índice k o tipo de veículo, cada cliente poderá receber até m visitas de veículos de um dado tipo (para o qual o artifício foi implementado), e uma visita dos demais tipos. No caso do índice k se referir ao exemplar de veículo, a restrição permite que cada cliente receba até uma visita de cada veículo.

É importante destacar que a necessidade de aplicação do artifício se deu exclusivamente para os modelos que consideraram entregas fracionadas (Modelos 3 e 4, este último descrito a seguir). Sendo assim, para os Modelos 1 e 2 não há qualquer implicação no resultado do modelo motivada pelo fato de a variável k se referir ao tipo ou exemplar de veículo, pois nessas formulações cada cliente está limitado a receber apenas uma visita. No entanto, para os Modelos 3 e 4, a implementação do artifício admite uma possível perda de generalidade nas formulações que consideram o índice k como tipo de veículo, pois a aplicação do artifício evita o conflito na variável p_i^k , mas também restringe a quantidade de visitas por tipo de veículo em cada cliente.

Em contrapartida, considerando a complexidade computacional do problema, há uma relevante vantagem devido ao modelo operar com quantidade menor de variáveis discretas quando o índice k se refere ao tipo de veículo. Os modelos foram testados considerando as duas estratégias de modelagem com o objetivo de mensurar e comparar os resultados.

4.4 MODELO 4 - SDHFFVRPTWSD

As limitações de acesso às unidades foram formuladas a partir do Modelo 3. Para isso, foi aplicado um pré-processamento semelhante aos definidos nas restrições (10) e (14). Sendo C_k o conjunto de clientes que não podem ser visitados por veículos do tipo k , tal que $C_k \subseteq C$, foi implementado um pré-processamento de modo que, para toda combinação entre um cliente i e um tipo de veículo k definida como proibitiva, foi atribuído à respectiva variável $x_{i,j}^k$ o valor 0. Desta forma, todas as variáveis que combinaram unidades e veículos incompatíveis foram excluídas, não sendo, portanto, considerados como parte de nenhuma solução, i.e.:

$$x_{i,j}^k = x_{j,i}^k = 0, \quad \forall i \in N, \forall j \in C_k, \forall k \in K \quad (20)$$

Assim, o pré-processamento definido pela expressão (20) impede que o cliente j receba visitas de veículos do tipo k . Esta rotina foi implementada para todas as combinações entre clientes e veículos incompatíveis, de modo que a respectiva variável $x_{i,j}^k$ assume o valor 0, não sendo, portanto, considerada como parte de nenhuma solução.

4.5 EVOLUÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO PROPOSTO

Finalizando a construção dos modelos, a Tabela 11 a seguir apresenta de forma resumida as alterações e adaptações feitas no Modelo 1 para incorporação de janelas de tempo, entregas fracionadas e limitações de acesso. As colunas 1 e 2 identificam o modelo matemático. A coluna 3 apresenta as variáveis que compõem cada modelo. A coluna 4 apresenta as expressões que compõem os modelos e a coluna 5 relaciona as modificações/inclusões procedidas na evolução dos modelos.

Tabela 11. Evolução do modelo matemático proposto.

1. Modelo	2. Caso	3. Variáveis	4. Expressões	5. Alterações
Modelo 1	HFFVRP	$x_{i,j}^k$ $y_{i,j}^k$	(1) a (10)	
Modelo 2	HFFVRPTW	$x_{i,j}^k$ $y_{i,j}^k$ b_i^k	(1) a (14)	Inclusão das expressões (11) a (14).
Modelo 3	HFFVRPTWSD	$x_{i,j}^k$ $y_{i,j}^k$ b_i^k p_i^k	(1), (2), (4), (6) a (9), (11) a (14), (16) a (19)	Exclusão da expressão (10); Substituição da expressão (3) pela expressão (19). Substituição da expressão (5) pela expressão (16). Inclusão das expressões (17) e (18).
Modelo 4	SDHFFVRPTWSD	$x_{i,j}^k$ $y_{i,j}^k$ b_i^k p_i^k	(1), (2), (4), (6) a (9), (11) a (14), (16) a (20)	Inclusão da expressão (20).

5. RESULTADOS COMPUTACIONAIS E DISCUSSÃO

Os quatro modelos matemáticos apresentados no capítulo anterior, e com as expressões explicitadas na Seção 4.5 do capítulo anterior, foram implementados na linguagem de modelagem GAMS (versão 24.02), e o *solver* CPLEX (versão 12, utilizando parâmetros *default*) foi utilizado para resolvê-los. Para a realização dos experimentos, foi utilizado um microcomputador PC Intel Xeon (3,5GHz, 64GB) e sistema operacional Windows. Na seção seguinte será explicada uma estratégia de definição da frota, sendo esta parte fundamental na comparação dos resultados obtidos.

5.1 ESTRATÉGIA DE MODELAGEM PARA DEFINIÇÃO DA FROTA

Como mencionado anteriormente, a adaptação do modelo HFFVRPTW para incorporar entregas fracionadas implicou na adição da variável p_i^k , sendo esta uma variável comum aos problemas que tratam entregas fracionadas. Para isso, no modelo que considera o índice k como tipo de veículo, foi aplicado um artifício de definição da frota de modo que a classe de veículos de um dado tipo fosse subdividida em tipos “virtuais” com características idênticas, possibilitando assim que os clientes sejam atendidos por mais de um veículo de dado tipo, limitado à um número m de visitas. No caso do estudo em questão, esse artifício foi aplicado apenas para os veículos do tipo 1, que foram replicados em quatro tipos virtuais. Para os demais tipos, foi mantida a formulação original, permitindo que cada cliente seja atendido por até um veículo de cada um dos tipos 2, 3 e 4, conforme definido na restrição (19).

A Tabela 12 apresenta as formas de definição da frota. A coluna 1 apresenta a estratégia adotada em relação ao índice k . Na coluna 2 consta a quantidade em tipos de veículos e exemplar de veículos, conforme definição do k . A coluna 3 apresenta a quantidade de exemplares em cada tipo. A coluna 4 relaciona a capacidade em termos de USs tamanho “G”.

Tabela 12. Artificio de definição da frota de acordo com o índice k .

1. Estratégia Adotada	2. Qtd. de tipos/veículos	3. Qtd. de exemplares por tipo	4. Capacidade (US-G)
Frota com k como o exemplar de veículo	48	Tipo. 1 - 36 (de 1 a 36)	3
		Tipo. 2 - 6 (de 37 a 42)	9
		Tipo. 3 - 4 (de 43 a 46)	24
		Tipo. 4 - 2 (de 47 a 48)	32
Frota com k como o tipo de veículo	4	Tipo. 1 - 36	3
		Tipo. 2 - 6	9
		Tipo. 3 - 4	24
		Tipo. 4 - 2	32
Frota com k como o tipo de veículo com aplicação do artificio de subdivisão	7	Tipo. 1 - 9	3
		Tipo. 2 - 9	3
		Tipo. 3 - 9	3
		Tipo. 4 - 9	3
		Tipo. 5 - 6	9
		Tipo. 6 - 4	24
		Tipo. 7 - 2	32

5.2 PLANEJAMENTO DOS TESTES E PARÂMETROS INICIAIS

Com o objetivo de avaliar os resultados dos modelos de forma ampla, os testes foram planejados de modo a identificar os reflexos e comportamento dos modelos em cada etapa da construção, sendo que cada modelo foi testado a partir de instâncias geradas com base nos dados reais obtidos na Empresa X. Além disso, para cada modelo, os clientes foram adicionados gradativamente em grupos de cinco, que foram somados ao depósito representado pelos nós 0 e $n+1$, sendo que, no último grupo, foram adicionados os 4 clientes remanescentes, totalizando os 34 clientes do problema. Com isso, buscou-se analisar o impacto do número de nós em cada modelo. A Tabela 13 apresenta, para cada instância gerada, a região à qual os clientes pertencem (coluna 2), a quantidade de nós (coluna 3), quantidade de clientes (coluna 4) e demanda (em termos de US tamanho “G”) total em cada grupo de clientes (coluna 5).

Tabela 13. Grupo de clientes e demandas.

1. Inst.	2. RG	3. Qtd. de nós	4. Qtd. de Clientes	5. Demanda US-G
1	5 e 6	7	5	31,55
2	5 e 6	12	10	58,85
3	5 e 6	17	15	116,69
4	5 e 6	22	20	150,42
5	5 e 6	27	25	185,75
6	5 e 6	32	30	248,38
7	5 e 6	36	34	265,62
8	5	18	16	61,40
9	6	20	18	177,90

É importante destacar que os testes foram construídos considerando primeiramente a totalidade dos CDs independentemente da região de atuação (RG 5 e RG 6), e, posteriormente, os modelos foram aplicados de forma separada, i.e., abrangendo somente os CDs da RG 5 e somente os CDs da RG 6. Este procedimento foi adotado com o objetivo de avaliar, além da quantidade de nós, o impacto das características de demanda e localização dos clientes, uma vez que, como mencionado anteriormente, os clientes que compõem a RG 6 estão localizados fora do município de São Paulo, e, por isto, mais distantes do depósito. Para estes identificou-se um volume de demanda maior que o da RG 5.

A Tabela 14 apresenta um exemplo de planejamento dos testes com apenas os cinco primeiros clientes (i.e., instância 1 na Tabela 13) e os três primeiros modelos, considerando apenas a formulação com o índice k como sendo o tipo de veículo. A sequência de execução assinalada pelo “X” demonstra a ordem em que os testes foram processados. A coluna 1 identifica o número do teste. A região de localização dos clientes é descrita na coluna 2. Na coluna 3 é especificado se o índice k se refere ao tipo de veículo ou ao exemplar de veículo conforme explicado anteriormente. As colunas 4 e 5 registram a quantidade de nós e clientes da instância. As colunas de 6 a 12 identificam os modelos testados. Para as demais oito instâncias e para a outra forma de se definir o índice k (exemplar de veículo), foram feitos planejamentos de testes iguais a este.

Tabela 14. Planejamento dos testes.

1. Teste	2. RG	3. k	4. Qtd. Nós	5. Qtd. Clientes	6. Modelo 1	Modelo 2			Modelo 3		
						7. Orig.	8. 20min	9. 10min	10. Orig.	11. 20min	12. 10min
1	5 e 6	Tipo	7	5	x						
2	5 e 6	Tipo	7	5		x					
3	5 e 6	Tipo	7	5			x				
4	5 e 6	Tipo	7	5				x			
5	5 e 6	Tipo	7	5					x		
6	5 e 6	Tipo	7	5						x	
7	5 e 6	Tipo	7	5							x

Conforme mencionado anteriormente, o cumprimento das janelas de tempo é obrigatório, porém, é de interesse operacional que o atendimento seja realizado o mais próximo possível do horário de abertura das janelas, uma vez que, com isso, pode haver ganhos nos processos de distribuição. Diante deste fato, os modelos foram testados considerando três tipos de janelas de tempo: (i) janelas originais, i.e., aquelas praticadas e vigentes na operação da Empresa X; (ii) janelas de tempo de 20min, onde, a partir do horário de abertura vigente, definiu-se o intervalo de 20min para fechamento. Neste caso, as janelas vigentes, que já possuíam intervalos de 20min, foram mantidas inalteradas; e (iii) janelas de tempo de 10min, onde, a partir do horário de abertura vigente, definiu-se o intervalo de 10min para o fechamento. No exemplo apresentado na Tabela 14, as janelas de tempo praticadas atualmente, denominadas “originais” constam nas colunas 7 e 10. As janelas de tempo de 20min estão descritas nas colunas 8 e 11, e as janelas de tempo de 10min constam nas colunas 9 e 12. É importante destacar que o procedimento de redução das janelas de tempo incluiu apenas os clientes. Portanto, a janela de tempo original do depósito foi mantida em todos os testes.

A partir do exemplo de planejamento descrito, foram testadas nove instâncias (conforme descrito na Tabela 13), sendo que em cada instância foram testadas dez variações (considerando variações entre os quatro modelos e três tipos de janelas de tempo para os modelos 2, 3 e 4) e dois tipos de definição do índice k (sendo o k considerado como tipo de veículo e exemplar de veículo). Assim, ao todo, foram testados 180 cenários.

A Tabela 15 apresenta os parâmetros da frota, onde na coluna 1 consta a definição do índice k . As colunas 2 e 3 descrevem os tipos de veículos e as quantidades disponíveis de cada

tipo. Note que na formulação em que o índice k representa o tipo de veículo, a frota é descrita em 7 tipos, enquanto que na formulação em que o índice k denota o exemplar de veículo, a frota é descrita em 48 veículos. A coluna 4 relaciona a capacidade de cada tipo de veículo em termos de US tamanho “G” e as colunas 5 e 6 relacionam os respectivos custos fixos e variáveis. Nas linhas 8 e 13 estão os somatórios de tipos, veículos disponíveis, e capacidade de carregamento total da frota em termos de US-G. Quanto aos custos descritos, todos estão expressos em termos de unidades monetárias, de modo a preservar os dados da Empresa X.

Tabela 15. Parâmetros da frota.

1. Índice k		2. Tipo	3. Qtd.	4.Capacidade (US-G)	5. Custo Fixo (\$)	6. Custo Variável (\$/km)
1	k como sendo o tipo de veículo	1	9	3	28,70	6,30
2		2	9	3	28,70	6,30
3		3	9	3	28,70	6,30
4		4	9	3	28,70	6,30
5		5	6	9	51,30	13,70
6		6	4	24	64,10	25,60
7		7	2	32	82,90	33,80
8	Total	7	48	322	-	-
9	k como sendo o exemplar de veículo	1 a 36	36	3	28,70	6,30
10		37 a 42	6	9	51,30	13,70
11		43 a 46	4	24	64,10	25,60
12		47 e 48	2	32	82,90	33,80
13	Total	7	48	322	-	-

Com relação aos clientes, a Tabela 16 apresenta os parâmetros considerados. A coluna 2 identifica a região de localização dos clientes e a coluna 3 sua identificação. Na coluna 4 consta a demanda de cada cliente em termos de US-G. Nas colunas 5 e 6 estão, respectivamente, os horários de abertura e fechamento das janelas de tempo praticadas (originais). Nas colunas 7 a 10 constam os horários de abertura e fechamento após a redução das janelas de tempo para intervalos de 20min e 10min, respectivamente. As janelas de tempo estão discriminadas em minutos (min), sendo estes contados a partir das 00:00. Na operação da Empresa X, o horário de retorno dos veículos ao depósito não é fator relevante para a operação. Sendo assim, a janela de tempo do TC foi definida com abertura e fechamento às 06:50hs e 12:00hs, respectivamente.

Com o objetivo de mensurar a redução média das janelas de tempo, a linha 37 descreve o intervalo médio das janelas de tempo originais (42,35min). Após as reduções das janelas os intervalos médios passaram a 20min e 10min respectivamente.

Tabela 16. Parâmetros dos clientes.

1. Linha	2. Região	3. CD	4. Demanda (US-G)	Janela de Tempo					
				Orig.		20min		10min	
				5. Início	6. Término	7. Início	8. Término	9. Início	10. Término
1	TC	0	-	410	720	410	720	410	720
2	5	1	5,66	480	500	480	500	480	490
3	6	2	5,78	455	505	455	475	455	465
4	5	3	5,47	490	510	490	510	490	500
5	6	4	9,97	465	495	465	485	465	475
6	5	5	4,67	490	510	490	510	490	500
7	5	6	4,67	490	525	490	510	490	500
8	5	7	5,76	480	520	480	500	480	490
9	5	8	4,50	450	530	450	470	450	460
10	5	9	5,60	500	515	500	520	500	510
11	6	10	6,76	450	505	450	470	450	460
12	6	11	25,90	475	500	475	495	475	485
13	6	12	11,76	510	525	510	530	510	520
14	6	13	6,99	490	505	490	510	490	500
15	6	14	5,74	475	515	475	495	475	485
16	6	15	7,46	480	510	480	500	480	490
17	6	16	11,86	500	620	500	520	500	510
18	5	17	5,40	500	540	500	520	500	510
19	6	18	6,90	480	530	480	500	480	490
20	5	19	4,52	485	515	485	505	485	495
21	5	20	5,05	505	525	505	525	505	515
22	5	21	5,00	500	550	500	520	500	510
23	6	22	5,14	490	540	490	510	490	500
24	5	23	6,12	490	595	490	510	490	500
25	5	24	11,52	490	580	490	510	490	500
26	5	25	4,56	500	590	500	520	500	510
27	6	26	5,12	500	560	500	520	500	510
28	6	27	13,66	465	485	465	485	465	475
29	6	28	6,39	475	500	475	495	475	485
30	6	29	28,55	495	530	495	515	495	505
31	6	30	11,90	475	490	475	495	475	485
32	5	31	4,44	490	520	490	510	490	500
33	5	32	4,69	530	580	530	550	530	540
34	6	33	4,96	510	550	510	530	510	520
35	6	34	3,06	535	565	535	555	535	545
36	TC	35	-	410	720	410	720	410	720
37	Total Demanda		265,53	$\bar{X}_{\text{Orig}} = 42,35 \text{ min}$					

Quanto a avaliação dos resultados, por se tratar de um método exato, tem-se como parâmetro fundamental a avaliação do GAP relativo registrado em cada teste. O CPLEX foi utilizado para solucionar o problema, e, para isso, o algoritmo considera duas soluções: (i) uma solução relaxada, i.e., uma solução onde é permitido que as variáveis assumam valores não

inteiros (limitante inferior); e (ii) uma solução considerando que as variáveis inteiras devem assumir apenas valores inteiros (limitante superior). A solução que compõe o limitante superior sempre será factível, uma vez que as variáveis assumem obrigatoriamente valores inteiros. Porém, a solução que compõem o limitante inferior somente será considerada factível, se as variáveis assumirem valores inteiros. Caso as variáveis assumam valores não inteiros, a solução obtida pelo limitante inferior será considerada infactível, pois não expressa uma solução aplicável ao problema.

Considerando as duas soluções, o algoritmo busca aproximar os limitantes inferior e superior considerando que, ao assumir valores inteiros, a solução relaxada apresenta maior custo, ao mesmo tempo que, ao encontrar uma solução mais econômica, o limite superior é reduzido. As interações são executadas até que seja alcançado determinado critério de parada, que pode ser definido pelo limite de tempo de processamento ou número de interações. Se os limitantes inferior e superior da árvore do Branch-and-Cut do CPLEX convergirem para a mesma solução, fica comprovado que a solução encontrada é ótima. Quando, após alcançado o limite de tempo estabelecido, os dois limitantes possuem intervalo entre si (i.e., um GAP), significa dizer que não houve a comprovação da otimalidade da solução. Assim, o cálculo do GAP é definido como:

$$GAP_{relativo} = \frac{\lim_{sup.} - \lim_{inf.}}{\lim_{sup.}}$$

Sendo assim, os testes que registraram GAP 0,00 são comprovadamente soluções ótimas encontradas pelo CPLEX. Aqueles que registraram $GAP > 0,00$ demonstram que, após o limite de tempo estabelecido, o aplicativo foi interrompido, não tendo sido comprovada a otimalidade da solução inteira obtida (caso o algoritmo tenha encontrado alguma). Para todas as instâncias foi definido o limite de tempo de 21600s (6hs), tendo sido utilizado o símbolo “-” para aquelas que não foi encontrada nenhuma solução inteira após o limite de tempo.

Definidos os parâmetros e o planejamento dos testes, nas seções seguintes serão apresentados os resultados obtidos assim como suas análises.

5.3 RESULTADOS COM O MODELO 1 - HFFVRP

Os resultados relativos ao Modelo 1, que considerou apenas frota heterogênea fixa, constam na Tabela 17, que apresenta as informações relativas à construção das rotas, utilização dos veículos e demais resultados computacionais. Esta estrutura de tabela será utilizada para apresentar todos os resultados obtidos, tendo na coluna 1 a relação sequencial das linhas da tabela. A coluna 2 identifica o número do experimento. A coluna 3 relaciona a região dos clientes considerados na instância. A coluna 4 apresenta o significado do índice k nos modelos. Os resultados foram dispostos na tabela de forma crescente quanto à quantidade de nós e clientes e agrupados entre as duas formas de definição do índice k . As colunas 5 e 6 relacionam as quantidades de nós e clientes, e a coluna 7 o resultado da função objetivo. As colunas 8 a 11 apresentam a quantidade utilizada de cada tipo de veículo na solução, sendo o total de rotas informado na coluna 12 e a distância total percorrida na coluna 13. A coluna 14 apresenta a quantidade de restrições, a coluna 15 a quantidade de variáveis totais e a coluna 16 a quantidade de variáveis discretas. A coluna 17 apresenta o tempo computacional de cada teste (em segundos), e a coluna 18 o respectivo GAP (em %). A coluna 19 apresenta o valor da função objetivo “relaxada” e a coluna 20 o GAP relativo (em %) entre a função objetivo “relaxada” e o valor da função objetivo factível.

Como pode-se observar, as soluções retornaram idênticas para os cenários compostos por até 15 clientes. Esta constatação é natural, uma vez que, nos modelos testados, cada cliente só poderia ser visitado uma única vez, não havendo, portanto, implicações motivadas pelas diferentes formulações relativas ao tipo de veículo ou exemplar de veículo k . Além disso, observa-se que nenhum veículo do tipo 1 foi utilizado na solução. Esta ocorrência se deve ao fato de não haver nenhum cliente nas instâncias com demanda igual ou menor que a capacidade do veículo do tipo 1, o que impossibilita este tipo de veículo de atender em entrega única qualquer cliente das instâncias, conforme restrições do Modelo 1.

Comparando os testes 21 e 111, observa-se que, embora tenham apresentado soluções idênticas, houve GAP na solução do teste 111 de 6,62%. Ou seja, para o modelo com índice k veículo, o algoritmo não foi capaz de comprovar, após o tempo determinado, que a solução obtida é ótima, podendo, portanto, haver outra solução mais econômica. Nos testes 31 e 121 (20 clientes), os modelos retornaram soluções iguais na quantidade de veículos utilizados, porém, com divergência no GAP, no valor da distância total percorrida e no valor da função objetivo.

Comparando os testes 41 e 131, observa-se que o primeiro apresentou uma solução com GAP de 21,53%. Em contrapartida, o teste 131 não retornou solução após o tempo estabelecido. Como uma das causas observadas para esta diferença de desempenho, tem-se o número de

variáveis discretas, pois, enquanto o modelo que considerou o índice k como tipo de veículo (teste 41) operou com 1279 variáveis discretas, o modelo que considerou o índice k como exemplar de veículo registrou 3952, ou seja, um aumento aproximado de 200%.

Os testes 51 e 141, assim como os testes 61 e 151, retornaram com resultados infactíveis. Este resultado era esperado, uma vez que, para estas instâncias, a demanda superou a capacidade dos veículos que poderiam ser utilizados no atendimento aos clientes. Para as instâncias 51 e 141, a demanda total somou 248,38 US, enquanto que nos testes 61 e 151, a demanda total somou 265,53 US. Conforme observado anteriormente, este modelo resolveu as instâncias testadas considerando apenas entregas únicas. Sendo assim, considerando que não há nenhum cliente com demanda igual ou inferior a capacidade do veículo do tipo 1, na mensuração da capacidade total dos veículos, deve-se desconsiderar este tipo de veículo. Diante disso, a soma da capacidade de encaminhamento considera apenas os veículos aplicáveis na solução, ou seja, veículos dos tipos 2, 3 e 4 que somaram a capacidade total de 214 US. Embora esse resultado fosse esperado, os veículos do tipo 1 foram mantidos no planejamento a título de validação dos modelos.

Tabela 17. Resultados Modelo 1 - HFFVRP.

1. Linha	2. Teste	3. RG	4. k	5. Qtd. Nós	6. Qtd. Clientes	7. FO	Qtd. de Veículos Utilizados										12. Qtd. Rotas	13. Dist. (km)	14. Nº Restrições	15. Nº Var. Totais	16. Nº Var. Discretas	17. Tempo Comp. (s)	18. GAP (%)	19. FO Rx	20. GAP (%) (FO Rx)
							8.																		
							1 (1 a 4)																		
							1 a 36																		
8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.													
1 (1 a 4)	2 (5)	3 (6)	4 (7)	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20						
37 a 42	43 a 46	47 e 48																							
1	1	5 e 6	Tipo	7	5	1743,56	0	0	2	0	2	63,10	382	589	75	0,09	0,00	1367,26	27,52						
2	11	5 e 6	Tipo	12	10	3028,78	0	0	3	0	3	110,80	1092	1849	245	0,52	0,00	2318,23	30,65						
3	21	5 e 6	Tipo	17	15	7220,58	0	0	4	1	5	252,40	2152	3809	471	522,80	0,00	5491,32	31,49						
4	31	5 e 6	Tipo	22	20	9075,48	0	1	4	2	7	310,40	3562	6469	825	21600,00	20,62	5951,99	52,48						
5	41	5 e 6	Tipo	27	25	10699,56	0	5	4	2	11	407,50	5322	9829	1279	21600,00	21,53	7005,18	52,74						
6	51	5 e 6	Tipo	32	30	Infatível	-	-	-	-	0	-	7432	13889	1703	0,05	-	1,18	-						
7	61	5 e 6	Tipo	36	34	Infatível	-	-	-	-	0	-	9372	17641	2253	0,08	-	1,61	-						
8	71	5	Tipo	18	16	3563,92	0	0	4	0	4	129,20	2406	4285	587	2915,73	0,00	2395,93	48,75						
9	81	6	Tipo	20	18	14658,19	0	4	4	2	10	653,50	2956	5321	595	21600,00	2,49	11135,02	31,64						
10					Média	7141,44	0,00	3,33	3,57	1,75	6,00	275,27	3852,89	7075,67	892,56	7582,14	6,38	3963,08	39,32						
11	91	5 e 6 Veículo	7	5	1743,56	0	0	0	2	0	2	63,10	2555	4033	276	0,19	0,00	1367,26	27,52						
12	101	5 e 6 Veículo	12	10	3028,78	0	0	0	3	0	3	110,80	7365	12673	816	11,30	0,00	2318,23	30,65						
13	111	5 e 6 Veículo	17	15	7220,58	0	0	0	4	1	5	252,40	14575	26113	1492	21600,00	6,62	5491,35	31,49						
14	121	5 e 6 Veículo	22	20	9226,04	0	1	4	4	2	7	310,90	24185	44353	2572	21600,00	27,90	5951,99	55,01						
15	131	5 e 6 Veículo	27	25	S. solução	-	-	-	-	-	0	-	36165	67393	3952	21600,00	-	7005,18	-						
16	141	5 e 6 Veículo	32	30	Infatível	-	-	-	-	-	0	-	50605	95223	5224	0,19	-	1,18	-						
17	151	5 e 6 Veículo	36	34	Infatível	-	-	-	-	-	0	-	63861	120961	7020	0,25	-	1,61	-						
18	161	5 Veículo	18	16	3563,92	0	0	0	4	0	4	129,20	16305	29377	1896	21600,00	4,10	2305,93	54,55						
19	171	6 Veículo	20	18	13350,18	0	4	4	5	2	11	653,50	20053	36481	1884	21600,00	8,92	11135,02	19,89						
20					Média	6355,51	0,00	2,50	3,67	1,67	5,33	253,32	26185,44	48511,89	2792,44	12001,33	7,92	3953,08	36,52						

Fazendo uma análise prática referente à construção das rotas, é interessante notar que as soluções obtidas utilizaram uma maior quantidade de veículos do tipo 3. Esta constatação é visível quando analisados os dados das colunas 8 a 12, linhas 10 e 20. Na formulação que identifica o índice k como tipo de veículo (linha 10), foram empregados em média 3,57 veículos do tipo 3 para a quantidade média de 6 rotas. Da mesma forma, na formulação que considerou o k como exemplar de veículo (linha 20), foi empregada a quantidade média de 3,67 veículos do tipo 3 para a quantidade média de 5,33 rotas. Este resultado sugere que, no cenário com entregas únicas, os veículos do tipo 3 são mais apropriados para atendimento das demandas configuradas.

Com relação aos dados computacionais, pode-se observar que a forma de definição do índice k traz impacto significativo na quantidade de restrições, variáveis totais e variáveis discretas. Observa-se que este aumento implica diretamente no desempenho do modelo e obtenção das soluções, o que pode ser constatado pelos valores médios registrados na linha 10, relativos ao modelo que considerou o índice k como tipo de veículo, e os dados registrados na linha 20, cujo modelo considera o índice k como exemplar de veículo.

Como demonstrado, o artifício aplicado ao índice k como tipo de veículo apresentou menores GAPs em todas as instâncias. Assim, pode-se concluir que a aplicação do artifício pode ser vantajosa por apresentar melhor desempenho e retornar soluções que o modelo que considera o índice k como exemplar de veículo não tenha retornado. Para esta análise, é fundamental considerar os valores reportados individualmente, i.e., linha a linha da tabela, uma vez que os resultados médios descritos nas linhas 10 e 20 são influenciados pela quantidade de testes que retornaram ineficazes.

5.4 RESULTADOS COM O MODELO 2 - HFFVRPTW

Os resultados do Modelo 2, que considera janelas de tempo adicionalmente à frota heterogênea, são apresentados nas Tabelas 18, 19 e 20, que seguem a mesma estrutura utilizada na seção anterior. Os resultados serão apresentados e analisados separadamente, conforme definição das janelas de tempo, i.e.: (i) resultados obtidos com as janelas de tempo originais; (ii) resultados obtidos com as janelas padrão de 20min; e (iii) resultados obtidos com as janelas padrão de 10min.

Como apresentado na Tabela 18, para o caso com janelas de tempo originais, os testes que consideraram até 25 clientes apresentaram soluções idênticas em termos de utilização dos tipos de veículos, quantidades de rotas e distâncias totais percorridas, tendo todos os GAPs

iguais à 0, exceto no teste 132 que aprestou GAP de 3,95%. Ressalta-se que, como esperado, os veículos do tipo 1 não foram utilizados em nenhuma solução, conforme explicado na seção anterior.

Em termos de utilização da frota, observa-se que os veículos do tipo 2 são utilizados com maior prioridade, o que sugere ser o mais adequado para a característica de demanda dos clientes das instâncias testadas. É interessante notar que, embora estas instâncias tenham apresentado soluções idênticas do ponto de vista prático das rotas, quando observado o resultado das soluções relaxadas, é possível constatar variação entre as duas formulações do índice k .

Embora o teste 132 tenha apresentado a mesma solução do seu teste correspondente (teste 42), este registrou GAP de 3,95%. Este resultado demonstra que o modelo utilizado no teste 132 não foi capaz de, após o tempo estabelecido, comprovar que a solução encontrada é ótima. Diante deste resultado, não é possível afirmar que as duas instâncias apresentariam soluções diferentes, pois o fato de ter havido GAP não determina necessariamente que haverá solução mais econômica, pois, conforme explanado anteriormente, é possível que o GAP seja reduzido pelo aumento do limitante inferior.

Os demais cenários, que consideraram a partir de 30 clientes, retornaram como infactíveis, por apresentarem demanda total maior que a soma das capacidades dos veículos aplicáveis em solução, de forma semelhante ao observado no Modelo 1.

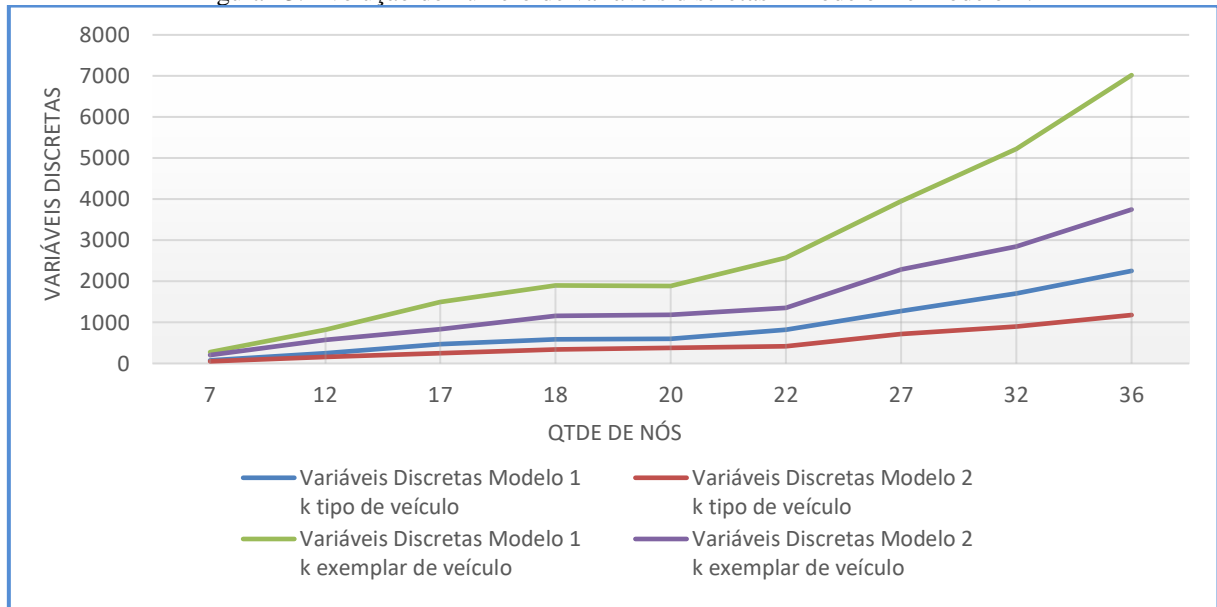
Quanto às informações computacionais, observou-se que a inclusão de restrições de janelas de tempo resultou na redução do número de variáveis discretas em relação ao Modelo 1. Este fato se deve à inclusão do pré-processamento definido pela expressão (14) que elimina as variáveis cuja combinação de clientes possuem janelas de tempo incompatíveis. Com isso, o modelo passa a operar com quantidade menor de variáveis discretas. Em decorrência deste fato, observou-se uma expressiva redução do tempo computacional quando comparado com o Modelo 1. Tomando como base o tempo médio dos testes que consideraram o índice k como tipo de veículo, enquanto o Modelo 1 registrou tempo computacional médio de 7582,14s (Tabela 17, linha 10, coluna 17), o tempo computacional médio para a mesma formulação considerando o Modelo 2 foi de 15,19s, o que, somado à redução da quantidade de variáveis discretas, demonstra uma melhoria expressiva no desempenho do modelo quando incluídas as restrições de janela de tempo.

Tabela 18. Resultados Modelo 2 –HFFVRPTW - Originais.

1. Linha	2. Teste	3. RG	4. k	5. Qtd. Nós	6. Qtd. Clientes	7. FO	Qtd. de Veículos Utilizados				12. Qtd. Rotas	13. Dist. (km)	14. Nº Restrições	15. Nº Var. Totais	16. Nº Var. Discretas	17. Tempo Comp. (s)	18. GAP (%)	19. FO Rx	20. GAP (%) (FO Rx)
							8. 1 (1 a 4) 1 a 36	9. 2 (5) 37 a 42	10. 3 (6) 43 a 46	11. 4 (7) 47 e 48									
1	2	5 e 6	Tipo	7	5	1843,44	0	3	1	0	4	80,60	774,00	638,00	51,00	0,03	0,00	1579,12	16,74
2	12	5 e 6	Tipo	12	10	3569,41	0	4	2	0	6	165,50	2184,00	1933,00	163,00	0,06	0,00	2794,36	27,74
3	22	5 e 6	Tipo	17	15	8261,41	0	5	3	1	9	372,70	4294,00	3928,00	248,00	0,12	0,00	7399,92	11,64
4	32	5 e 6	Tipo	22	20	10161,88	0	5	4	1	10	449,50	7104,00	6623,00	412,00	2,22	0,00	8145,20	24,76
5	42	5 e 6	Tipo	27	25	11465,70	0	6	4	2	12	487,00	10614,00	10018,00	717,00	118,59	0,00	8905,07	28,75
6	52	5 e 6	Tipo	32	30	Infatível	-	-	-	-	-	-	14824,00	14113,00	903,00	0,13	-	1,18	-
7	62	5 e 6	Tipo	36	34	Infatível	-	-	-	-	-	-	18696,00	17893,00	1179,00	0,14	-	1,61	-
8	72	5	Tipo	18	16	4277,71	0	2	4	0	6	189,10	4800,00	4411,00	343,00	0,80	0,00	3242,74	31,92
9	82	6	Tipo	20	18	14844,31	0	4	4	2	10	661,70	5896,00	5461,00	374,00	14,58	0,00	11752,46	26,31
10					Média	7774,84	0,00	4,14	3,14	1,50	8,14	343,73	7687,33	7224,22	487,78	15,19	0,00	4869,07	23,98
11	92	5 e 6	Veículo	7	5	1843,44	0	3	1	0	4	80,60	5243,00	4369,00	204,00	0,33	0,00	1572,16	17,26
12	102	5 e 6	Veículo	12	10	3569,41	0	4	2	0	6	165,50	14853,00	13249,00	570,00	0,67	0,00	2770,24	28,85
13	112	5 e 6	Veículo	17	15	8261,41	0	5	3	1	9	372,70	29263,00	26929,00	836,00	0,58	0,00	7375,50	12,01
14	122	5 e 6	Veículo	22	20	10161,88	0	5	4	1	10	449,50	48473,00	45409,00	1350,00	677,55	0,00	8110,26	25,30
15	132	5 e 6	Veículo	27	25	11465,70	0	6	4	2	12	487,00	72483,00	68689,00	2286,00	21600,00	3,95	8766,42	30,79
16	142	5 e 6	Veículo	32	30	Infatível	-	-	-	-	-	-	101293,00	96769,00	2850,00	0,55	-	1,18	-
17	152	5 e 6	Veículo	36	34	Infatível	-	-	-	-	-	-	127797,00	122689,00	3748,00	0,88	-	1,61	-
18	162	5	Veículo	18	16	4277,71	0	2	4	0	6	189,10	32721,00	30241,00	1158,00	121,16	0,00	3231,37	32,38
19	172	6	Veículo	20	18	14844,31	0	4	4	2	10	661,70	40213,00	37441,00	1184,00	2348,02	0,00	11697,53	26,90
20					Média	7774,84	0,00	4,14	3,14	1,50	8,14	343,73	52482,11	49531,67	1576,22	2749,97	0,56	4836,25	24,78

A Figura 13 apresenta a evolução da quantidade de variáveis discretas em função da quantidade de nós inseridos entre o Modelo 1 e Modelo 2 considerando apenas as janelas de tempo originais. Como pode-se observar, para todos os testes, o Modelo 1 obteve maior quantidade de variáveis discretas, em ambas formulações do índice k .

Figura 13. Evolução do número de variáveis discretas – Modelo 1 e Modelo 2.



A Tabela 19 apresenta os resultados dos testes obtidos quando as janelas de tempo foram reduzidas para intervalos padrão de 20min, isto é, a partir do horário de abertura original, foram padronizadas janelas de tempo de 20min. Com isso, foram preservados os horários de abertura das janelas de tempo originais, e, a partir daí, intervalos padrão de 20min para todos os CDs.

Conforme constatado nos resultados, a redução das janelas de tempo trouxe impacto na construção das rotas e, consequentemente, no aumento da função objetivo. Cabe destacar que, para esta análise, é necessário a comparação dos valores da coluna 7 instâncias a instância entre as tabelas 18 e 19, uma vez que os resultados médios descritos nas linhas 10 e 20 são influenciados pela quantidade de testes que retornaram infactíveis. O aumento da função objetivo é justificado pelo fato de as janelas de tempo terem sofrido redução, fazendo com que houvesse também redução das possibilidades de solução, i.e., tornando o problema mais restrito. Como consequência desta restrição, observa-se que foi empregada uma quantidade maior de veículos nas soluções das instâncias testadas. Como exemplo, destaca-se o teste 12 (linha 2 da Tabela 18) cuja solução empregou 6 veículos que percorreram 165,50km. No teste 13 (linha 2 da Tabela 19), que considerou o mesmo cenário, porém, após a redução das janelas de tempo, a solução empregou 7 veículos que percorreram a distância total de 193,30km.

Tabela 19. Resultados Modelo 2 – HFFVRPTW - 20min.

1. Linha	2. Teste	3. RG	4. k	5. Qtd. Nós	6. Qtd. Clientes	7. FO	Qtd. de Veículos Utilizados							12. Qtd. Rotas	13. Dist. (km)	14. Nº Restrições	15. Nº Var. Totais	16. Nº Var. Discretas	17. Tempo Comp. (s)	18. GAP (%)	19. FO Rx	20. GAP (%) (FO Rx)
							8.															
							1 (1 a 4) 1 a 36	2 (5) 37 a 42	9. 3 (6) 43 a 46	10. 4 (7) 47 e 48												
1	3	5 e 6	Tipo	7	5	1843,44	0	3	1	0	4	80,60	774,00	638,00	49,00	0,00	0,00	1843,44	0,00			
2	13	5 e 6	Tipo	12	10	3986,10	0	5	2	0	7	193,30	2184,00	1933,00	123,00	0,02	0,00	3699,14	7,76			
3	23	5 e 6	Tipo	17	15	8692,85	0	6	3	1	10	400,10	4294,00	3928,00	188,00	0,03	0,00	8387,35	3,64			
4	33	5 e 6	Tipo	22	20	10275,96	0	5	3	2	10	434,90	7104,00	6623,00	296,00	0,08	0,00	9329,52	10,14			
5	43	5 e 6	Tipo	27	25	Infactível	-	-	-	-	0	-	10614,00	10018,00	428,00	0,09	-	10742,97	-			
6	53	5 e 6	Tipo	32	30	Infactível	-	-	-	-	0	-	14824,00	14113,00	536,00	0,06	-	3,25	-			
7	63	5 e 6	Tipo	36	34	Infactível	-	-	-	-	0	-	18696,00	17893,00	711,00	0,06	-	1,62	-			
8	73	5	Tipo	18	16	4554,74	0	3	4	0	7	204,10	4800,00	4411,00	255,00	0,03	0,00	4163,68	9,39			
9	83	6	Tipo	20	18	15669,94	0	5	4	2	11	737,30	5896,00	5461,00	230,00	0,05	0,00	14727,82	6,40			
10					Média	7503,84	0,00	4,50	2,83	1,67	8,17	341,72	7687,33	7224,22	312,89	0,05	0,00	5877,64	6,22			
11	93	5 e 6	Veículo	7	5	1843,44	0	3	1	0	4	80,60	5243,00	4369,00	198,00	0,11	0,00	1843,44	0,00			
12	103	5 e 6	Veículo	12	10	3986,10	0	5	2	0	7	193,30	14853,00	13249,00	450,00	0,08	0,00	3656,58	9,01			
13	113	5 e 6	Veículo	17	15	8692,85	0	6	3	1	10	400,10	29263,00	26929,00	658,00	0,09	0,00	8347,00	4,14			
14	123	5 e 6	Veículo	22	20	10275,96	0	5	3	2	10	434,90	48473,00	45409,00	1004,00	0,58	0,00	9310,62	10,37			
15	133	5 e 6	Veículo	27	25	Infactível	-	-	-	-	0	-	72483,00	68689,00	1422,00	35,11	-	10727,99	-			
16	143	5 e 6	Veículo	32	30	Infactível	-	-	-	-	0	-	101293,00	96769,00	1752,00	0,31	-	1,18	-			
17	153	5 e 6	Veículo	36	34	Infactível	-	-	-	-	0	-	127797,00	122689,0	2324,00	0,47	-	7,74	-			
18	163	5	Veículo	18	16	4554,74	0	3	4	0	7	204,10	21721,00	30241,00	888,00	0,25	0,00	4126,40	10,38			
19	173	6	Veículo	20	18	15669,94	0	5	4	2	11	737,30	40213,00	37441,00	760,00	0,38	0,00	14756,33	6,19			
20					Média	7503,84	0,00	4,50	2,83	1,67	8,17	341,72	51259,89	49531,67	1050,67	4,15	0,00	5864,14	6,68			

O fato destacado observa-se também nos demais testes, tanto na formulação em que o índice k representa o tipo de veículo, como naquela em que ele se refere ao exemplar de veículo. Em termos de diferença entre a forma de definição da frota, os modelos retornaram soluções idênticas com GAP 0,00 em todos os cenários que consideraram até 20 clientes.

Nota-se que o teste 133 (linha 15) apresentou resultado infactível após a redução das janelas de tempo, pois em comparação com o teste equivalente que considerou as janelas de tempo originais (teste 132 da Tabela 18), após a redução das janelas de tempo, o resultado foi convertido de uma solução com GAP de 3,95% para uma solução infactível, o que indica a impossibilidade de atender clientes dentro das novas janelas reduzidas. Nos testes 43, 53 e 63, assim como as instâncias 133, 143 e 153, que trataram as Regiões 5 e 6 conjuntamente, todos os testes retornaram infactíveis, pelo fato exposto de a demanda ser maior que a capacidade dos veículos aplicáveis na solução.

Com relação a quantidade de variáveis discretas, com a redução das janelas de tempo houve também uma redução considerável em ambas formulações, fato motivado pelo pré-processamento definido na expressão (14), uma vez que, conforme observado quando da inclusão das janelas de tempo originais, a redução das janelas de tempo restringe o número de combinações de clientes cujas janelas de tempo são incompatíveis. Para comparação dos impactos antes e depois da redução das janelas de tempo, observe que os testes que trataram as janelas de tempo originais, 162 e 172 (linhas 18 e 19 da Tabela 18), apresentaram respectivamente 1158 e 1184 variáveis discretas. Na Tabela 19, os testes 163 e 173 (linhas 18 e 19 da Tabela 19) que consideraram as janelas de tempo reduzidas para 20min, apresentaram, respectivamente, 888 e 760 variáveis discretas. Com isso, houve redução no tempo médio de processamento quando comparado com o modelo que considerou as janelas de tempo originais.

Os testes 73 e 83 (linhas 8 e 9 da Tabela 19) e 163 e 173 (linhas 18 e 19 da Tabela 19) que trataram as Regiões 5 e 6 separadamente retornaram com soluções ótimas e idênticas para as duas formulações. De forma semelhante à observada nos demais testes, houve aumento do valor da função objetivo em relação aos testes com janelas de tempo originais.

De forma geral, todos os testes que retornaram solução apresentaram resultados idênticos para ambas formulações e soluções ótimas. Analisando este fato juntamente com a redução do tempo computacional, observou-se uma expressiva melhora no desempenho após a inserção das janelas de tempo (Modelo 1 para Modelo 2), tendo sido ainda mais expressiva após a redução das janelas de tempo para 20min. A Tabela 20 apresenta os resultados após a redução das janelas de tempo para intervalos padrão de 10min, considerando a abertura da janela original e reduzindo o horário de fechamento das mesmas.

Tabela 20. Resultados Modelo 2 – HFFVRPTW- 10min.

1. Linha	2. Teste	3. RG	4. k	5. Qtd. Nós	6. Qtd. Clientes	7. FO	Qtd. de Veículos Utilizados				12. Qtd. Rotas	13. Dist. (km)	14. N° Restrições	15. N° Var. Totais	16. N° Var. Discretas	17. Tempo Comp. (s)	18. GAP (%)	19. FO Rx	20. GAP (%) FO Rx
							8. 1 (1 a 4) 1 a 36	9. 2 (5) 37 a 42	10. 3 (6) 43 a 46	11. 4 (7) 47 e 48									
1	4	5 e 6	Tipo	7	5	2261,28	0	4	1	0	5	109,70	774,00	638,00	39,00	0,00	0,00	2261,28	0,00
2	14	5 e 6	Tipo	12	10	4572,89	0	6	3	0	9	215,20	2184,00	1933,00	95,00	0,00	0,00	4572,89	0,00
3	24	5 e 6	Tipo	17	15	9816,17	0	6	4	2	12	442,00	4294,00	3928,00	141,00	0,02	0,00	9814,50	0,02
4	34	5 e 6	Tipo	22	20	11294,09	0	6	4	2	12	473,30	7104,00	6623,00	227,00	0,03	0,00	10892,08	3,69
5	44	5 e 6	Tipo	27	25	Infatível	-	-	-	-	0	-	10614,00	10018,00	310,00	0,03	-	3,46	-
6	54	5 e 6	Tipo	32	30	Infatível	-	-	-	-	0	-	14824,00	14113,00	377,00	0,03	-	7,29	-
7	64	5 e 6	Tipo	36	34	Infatível	-	-	-	-	0	-	18696,00	17893,00	502,00	0,03	-	5,00	-
8	74	5	Tipo	18	16	4789,85	0	5	4	0	9	220,20	4800,00	4411,00	196,00	0,01	0,00	4726,27	1,35
9	84	6	Tipo	20	18	Infatível	-	-	-	-	0	-	5896,00	5461,00	173,00	0,03	-	0,33	-
10					Média	6546,86	0,00	5,40	3,20	2,00	9,40	292,08	7687,33	7224,22	228,89	0,02	0,00	3587,01	1,01
11	94	5 e 6	Veículo	7	5	2261,28	0	4	1	0	5	109,70	5243,00	4369,00	168,00	0,13	0,00	2261,28	0,00
12	104	5 e 6	Veículo	12	10	4572,89	0	6	3	0	9	215,20	14853,00	13249,00	366,00	0,03	0,00	4572,89	0,00
13	114	5 e 6	Veículo	17	15	9816,17	0	6	4	2	12	442,00	29263,00	26929,00	520,00	0,06	0,00	9813,61	0,03
14	124	5 e 6	Veículo	22	20	11294,09	0	6	4	2	12	473,30	48473,00	45409,00	802,00	0,14	0,00	10891,72	3,69
15	134	5 e 6	Veículo	27	25	Infatível	-	-	-	-	0	-	72483,00	68689,00	1074,00	0,13	-	4,85	-
16	144	5 e 6	Veículo	32	30	Infatível	-	-	-	-	0	-	101293,00	96769,00	1282,00	0,17	-	4,00	-
17	154	5 e 6	Veículo	36	34	Infatível	-	-	-	-	0	-	127797,00	122689,00	1692,00	0,27	-	10,53	-
18	164	5	Veículo	18	16	4789,85	0	5	4	0	9	220,20	32721,00	30241,00	708,00	0,08	0,00	4709,71	1,70
19	174	6	Veículo	20	18	Infatível	-	-	-	-	0	-	40213,00	37441,00	588,00	0,17	-	0,33	-
20					Média	6546,86	0,00	5,40	3,20	2,00	9,40	292,08	52482,11	49531,67	800,00	0,13	0,00	3585,44	1,08

Os resultados obtidos após a redução das janelas de tempo para intervalos de 10min apresentaram as mesmas características observadas no procedimento anterior. Ou seja, houve aumento da função objetivo. Novamente, para proceder a análise comparativa dos valores da função objetivo, é necessário analisar instância a instância. Cabe salientar que as soluções obtidas para ambas formulações apresentaram valores idênticos e ótimos. Observa-se também que a redução das janelas de tempo fez com que os testes que consideraram exclusivamente a Região 6 retornassem infactíveis, diferente do observado nos testes com janelas de tempo de 20min. Dentre os fatores que impactam na resposta, está a localização das unidades, sendo os CDs desta região os mais distantes do TC, por estarem situados em municípios nos arredores da cidade de São Paulo. Além deste fato, os CDs da Região 6 possuem maiores demandas por unidade. A partir dessa característica regional, com a redução das janelas de tempo, o pré-processamento definido pela expressão (14) restringe uma maior quantidade de clientes com janelas incompatíveis, por estarem mais distantes entre si e do TC, o que contribui para que a instância retorne infactível.

É importante notar que o GAP entre a solução obtida e a solução “relaxada” apresentou redução à medida que as janelas de tempo foram reduzidas. Conforme observado na coluna 20 das Tabelas 18, 19 e 20, o GAP médio entre as soluções “relaxadas” e as soluções obtidas foram, respectivamente, de 23,98%, 6,22% e 1,01%, para os modelos com formulação do índice k como tipo de veículo, e de 24,78%, 6,68% e 1,08%, para a formulação em que o índice k denota o exemplar do veículo. A redução do GAP relativo entre as duas soluções, assim como o tempo computacional, se deu fundamentalmente pelo aumento da função objetivo das soluções relaxadas, tendo este fato relação direta com o esforço computacional do modelo.

5.5 RESULTADOS COM O MODELO 3 - HFFVRPTWSD

Os resultados do Modelo 3, que considera entregas fracionadas adicionalmente à frota heterogênea e janelas de tempo, serão apresentados nas Tabela 21, 22 e 23, que seguem a mesma estrutura utilizada nas seções anteriores. Conforme feito com os modelos anteriores, as janelas de tempo foram testadas nas três definições (originais, padrão 20min e padrão 10min) para o Modelo 3.

Os resultados referentes à aplicação da frota e construção das rotas do Modelo 3 com janelas de tempo originais constam na Tabela 21. Observando os resultados obtidos quanto à função objetivo, constatou-se uma redução em relação aos modelos que consideraram entrega única.

Tabela 21. Resultados Modelo 3 - HFFVRPTWSD - Originais.

1. Linha	2. Teste	3. RG	4. k	5. Qtd. Nós	6. Qtd. Clientes	7. FO	Qtd. de Veículos Utilizados					12. Qtd. Rotas	13. Dist. (km)	14. Nº Restrições	15. Nº Var. Totais	16. Nº Var. Discretas	17. Tempo Comp. (s)	18. GAP (%) Rx	19. FO Rx	20. GAP (%) FO Rx
							8. 1 (1 a 4) 1 a 36	9. 2 (5) 37 a 42	10. 3 (6) 43 a 46	11. 4 (7) 47 e 48										
1	5	5 e 6	Tipo	7	5	1775,24	3	1	1	0	5	90,60	839,00	673,00	133,00	0,19	0,00	926,72	91,56	
2	15	5 e 6	Tipo	12	10	3024,54	4	3	1	0	8	194,00	2314,00	2003,00	490,00	2,61	0,00	1288,20	134,79	
3	25	5 e 6	Tipo	17	15	7983,27	6	3	2	1	12	439,10	4489,00	4033,00	805,00	41,39	0,00	2946,45	170,95	
4	35	5 e 6	Tipo	22	20	9732,73	5	4	3	1	13	523,80	7364,00	6763,00	1372,00	21600,00	1,77	2951,63	229,74	
5	45	5 e 6	Tipo	27	25	10681,75	4	5	4	1	14	515,70	10939,00	10193,00	2436,00	21600,00	9,14	2970,09	259,64	
6	55	5 e 6	Tipo	32	30	S. solução	-	-	-	-	0	-	15214,00	14323,00	3304,00	21600,00	-	5653,33	-	
7	65	5 e 6	Tipo	36	34	S. solução	-	-	-	-	0	-	19138,00	18131,00	4228,00	21600,00	-	6198,15	-	
8	75	5	Tipo	18	16	3972,88	5	6	1	0	12	304,30	5008,00	4523,00	1064,00	21600,00	16,89	847,88	368,57	
9	85	6	Tipo	20	18	13963,17	2	2	4	2	10	731,30	6130,00	5587,00	1477,00	21600,00	16,87	4551,63	206,77	
10					Média	7304,80	4,14	3,43	2,29	1,25	10,57	399,83	7937,22	7358,78	1701,00	14404,91	6,38	3148,23	208,86	
11	95	5 e 6	Veículo	7	5	1770,22	0	2	1	0	3	79,00	5718,00	4609,00	912,00	591,19	0,00	926,72	91,02	
12	105	5 e 6	Veículo	12	10	3024,54	4	3	1	0	8	194,00	15803,00	13729,00	3360,00	21600,00	4,45	1263,36	139,40	
13	115	5 e 6	Veículo	17	15	7966,32	3	4	2	1	10	422,20	30688,00	27649,00	5520,00	21600,00	1,49	2833,19	181,18	
14	125	5 e 6	Veículo	22	20	10079,68	7	5	2	1	15	591,30	50373,00	46369,00	9408,00	21600,00	12,89	2650,21	280,34	
15	135	5 e 6	Veículo	27	25	11850,79	20	6	3	0	29	915,30	74858,00	69889,00	16704,00	21600,00	27,23	2267,08	422,73	
16	145	5 e 6	Veículo	32	30	S. solução	-	-	-	-	0	-	104143,00	98209,00	22656,00	21600,00	-	4225,02	-	
17	155	5 e 6	Veículo	36	34	S. solução	-	-	-	-	0	-	131027,00	124321,00	28992,00	21600,00	-	4396,28	-	
18	165	5	Veículo	18	16	4027,00	5	4	2	0	11	254,90	34241,00	31009,00	7296,00	21600,00	29,61	754,08	434,03	
19	175	6	Veículo	20	18	14536,49	2	5	4	1	12	795,20	41923,00	38305,00	10128,00	21600,00	31,19	4054,88	258,49	
20					Média	7607,86	6,83	4,14	2,14	1,00	12,57	464,56	54308,22	50454,33	11664,00	19265,69	15,27	2596,76	258,17	

Este fato comprova o argumento explanado anteriormente, quando se definiu que a relaxação da restrição de entrega única faz com que o modelo retorne soluções iguais ou mais econômicas. Comparando os resultados obtidos pelos Modelos 2 e Modelo 3, ambos com janelas de tempo originais, observa-se uma redução dos valores médios da função objetivo para ambas as formulações do índice k (linhas 10 e 20 das Tabelas 18 e 21). Como exemplo, o valor médio da função objetivo é de 7774,84 (linha 20 da Tabela 18) para o Modelo 2 (que não considerou entregas fracionadas), e de 7607,86 (linha 20 da Tabela 21) para o Modelo 3 (considerando entregas fracionadas). É importante destacar que, em que pese ter ocorrido redução dos valores das funções objetivo, a quantidade de veículos utilizados nas soluções é maior quando as entregas fracionadas são permitidas. Observa-se ainda que, a partir da relaxação da restrição de entrega única, os veículos do tipo 1 passaram a ser utilizados nas soluções, fato constatado na comparação dos valores das colunas 8 a 11 das Tabelas 18 e 21. Esta constatação pode ser observada comparando ainda os valores das linhas 10 e 20 entre as Tabelas 18 e 21. Em decorrência deste fato, observa-se também o aumento da quilometragem média percorrida.

Quanto às diferenças entre os resultados apresentados pelas formulações onde o índice k denota o tipo de veículo ou o exemplar de veículo, observou-se que o modelo com entregas fracionadas evidencia, como era esperado, a perda de generalidade obtida pela aplicação do artifício de definição da frota como tipo de veículo. Este fato é constatado pelo resultado dos testes 5 e 95 (linhas 1 e 11 da Tabela 21), pois ambas soluções retornaram GAP 0,00, porém com valores divergentes. Conforme explanado anteriormente, a perda de generalidade citada se deve ao fato de que, enquanto a formulação em que o índice k está associado ao exemplar de veículo não restringe a quantidade de visitas por tipo de veículo, na formulação em que o índice k denota o tipo de veículo, o atendimento aos clientes foi condicionado à quantidade de 4 ocorrências para o tipo 1, e, para os demais tipos, o atendimento foi condicionado a apenas uma ocorrência. Com isso, pode-se observar que os valores das funções objetivo das formulações em que o índice k se refere ao exemplar do veículo são menores. Ressalta-se ainda, como evidência da perda de generalidade entre os modelos, a diferença de valores das funções objetivo entre as duas formulações do índice k .

Os testes que consideraram de 30 a 34 clientes não retornaram solução após o tempo estabelecido para as duas formulações do índice k . Para os demais, observou-se que o GAP apresentado nas formulações com o índice k como exemplar de veículo foram maiores em todos os casos. Com relação aos tempos computacionais, observou-se que, a partir de 20 clientes, todos os modelos esgotaram o limite de tempo disponível com GAPs maiores que zero nas

soluções. É interessante observar que o modelo com 15 clientes que considerou o índice k como o tipo de veículo (teste 25), retornou a solução ótima em 41,39s, enquanto que, para a mesma instância, no modelo em que o índice k representou o exemplar de veículo (teste 115), foi utilizado todo o tempo disponível de processamento, retornando uma solução subótima com GAP de 1,49%. Porém, mesmo não sendo comprovadamente a solução ótima, a formulação em que o índice k representou o exemplar de veículo retornou uma solução mais econômica em termos de função objetivo, distância total percorrida e quantidade de veículos do que aquela apresentada pelo modelo que considerou o índice k como o tipo de veículo, e que apontou a solução obtida como ótima.

Com relação a quantidade de variáveis discretas, houve um expressivo aumento em relação ao Modelo 2. Como fatores motivadores desse aumento, além da própria característica das entregas fracionadas, tem-se a exclusão do pré-processamento definido pela expressão (10), que exclui as variáveis cujas combinações de clientes excedem a capacidade do veículo, pois, com a possibilidade de entregas fracionadas, passa-se a ser possível entregar uma porção de demanda em cada visita, e não necessariamente a demanda total do cliente como considerado nos Modelos 1 e 2.

Por fim, quanto ao GAP entre as soluções obtidas e as soluções “relaxadas”, observou-se um aumento significativo em relação ao Modelo 2 para ambas formulações, pois, enquanto o Modelo 2 com janelas originais apresentou GAP médio da ordem de 24% (linhas 10 e 20, coluna 20 da Tabela 18) o Modelo 3 apresentou resultados na ordem de 200%. Este fato se deu pela diminuição do valor da função objetivo das soluções relaxadas.

A Tabela 22 apresenta os resultados obtidos após a redução das janelas de tempo para intervalos de 20min. Como pode-se observar, os testes que consideraram 30 e 34 clientes, quando tiveram suas janelas de tempo reduzidas, apresentaram soluções, embora ainda com GAP positivo, ao contrário do observado com as janelas de tempo originais. Assim, pode-se comprovar que, conforme esperado, a redução das janelas de tempo funciona como fator de redução do espaço de soluções possíveis.

A partir desta constatação, observou-se o aumento da quantidade de veículos utilizados nas soluções e a distância total percorrida em ambas formulações. No entanto, ressalta-se novamente que, para essa análise, é necessário comparar os resultados instância a instância entre as Tabelas 21 e 22, uma vez que os resultados médios são influenciados pela solução dos testes 30 e 34 encontrados após a redução das janelas de tempo.

É interessante notar que os resultados dos testes 5 (Tabela 21) e 6 (Tabela 22), que consideraram, respectivamente, as janelas de tempo originais e de 20min, retornaram soluções

idênticas, assim como os testes 95 (Tabela 21) e 96 (Tabela 22). Com isso, fica comprovado que, para os clientes constantes nestas instâncias, a redução das janelas de tempo não trouxe qualquer impacto no atendimento em ambas formulações do índice k . Além dessa constatação, nota-se uma melhora no desempenho computacional após a redução das janelas de tempo, mesmo que tenha sido encontrada a mesma solução, pois, para o teste 95, que considerou as janelas de tempo originais, o modelo operou com 912 variáveis discretas e chegou à solução ótima em 591,19s. Após a redução, o teste 96 resolveu a mesma instância operando com 864 variáveis discretas, chegando à solução em 0,03s.

Tabela 22. Resultados Modelo 3 – HFFVRPTWSD - 20min.

1. Linha	2. Teste	3. RG	4. k	5. Qtd. Nós	6. Qtd. Clientes	7. FO	Qtd. de Veículos Utilizados				12. Qtd. Rotas	13. Dist. (km)	14. Nº Restrições	15. Nº Var. Totais	16. Nº Var. Discretas	17. Tempo Comp. (s)	18. GAP (%)	19. FO Rx	20. GAP (%) (FO Rx)
							8. 1 (1 a 4) 1 a 36	9. 2 (5) 37 a 42	10. 3 (6) 43 a 46	11. 4 (7) 47 e 48									
1	6	5 e 6	Tipo	7	5	1775,24	3	1	1	0	5	90,60	839,00	673,00	126,00	0,09	0,00	926,72	91,56
2	16	5 e 6	Tipo	12	10	3403,98	6	3	1	0	10	254,90	2314,00	2003,00	350,00	18,23	0,00	1641,15	107,41
3	26	5 e 6	Tipo	17	15	8335,11	5	4	2	1	12	465,20	4489,00	4033,00	588,00	11,36	0,00	3755,60	121,94
4	36	5 e 6	Tipo	22	20	9915,42	5	6	1	2	14	525,00	7364,00	6763,00	952,00	3705,72	0,00	4314,58	129,81
5	46	5 e 6	Tipo	27	25	11397,91	13	6	4	0	23	722,40	10939,00	10193,00	1393,00	21600,00	0,60	4751,64	139,87
6	56	5 e 6	Tipo	32	30	15693,49	14	6	4	2	26	865,20	15214,00	14323,00	1855,00	21600,00	0,44	7473,21	110,00
7	66	5 e 6	Tipo	36	34	18203,22	19	6	4	2	31	1257,70	19138,00	18131,00	2436,00	21600,00	0,61	8045,10	126,26
8	76	5	Tipo	18	16	4008,78	5	6	1	0	12	283,00	5008,00	4523,00	763,00	5477,70	0,00	858,08	367,18
9	86	6	Tipo	20	18	15046,50	7	5	4	1	17	1012,00	6130,00	5587,00	798,00	544,45	0,00	5132,19	193,18
10					Média	9753,29	8,56	4,78	2,44	1,60	16,67	608,44	7937,22	7358,78	1029,00	8284,17	0,18	4099,81	154,14
11	96	5 e 6	Veículo	7	5	1770,22	0	2	1	0	3	79,00	5718,00	4609,00	864,00	0,03	0,00	926,72	91,02
12	106	5 e 6	Veículo	12	10	3403,98	6	3	1	0	10	254,90	15803,00	13729,00	2400,00	21600,00	2,62	1641,15	107,41
13	116	5 e 6	Veículo	17	15	8335,11	5	4	2	1	12	465,20	30688,00	27649,00	4032,00	21600,00	2,01	3744,68	122,59
14	126	5 e 6	Veículo	22	20	9886,63	5	5	1	2	13	520,90	50373,00	46369,00	6528,00	21600,00	2,22	4305,88	129,61
15	136	5 e 6	Veículo	27	25	11397,91	13	6	4	0	23	722,40	74858,00	69889,00	9552,00	21600,00	2,50	4721,32	141,41
16	146	5 e 6	Veículo	32	30	15693,49	14	6	4	2	26	865,20	104143,00	98209,00	12720,00	21600,00	3,19	7334,02	113,98
17	156	5 e 6	Veículo	36	34	18408,98	19	6	4	2	31	1224,10	131027,00	124321,00	16704,00	21600,00	9,60	7793,56	136,21
18	166	5	Veículo	18	16	3994,42	5	6	1	0	12	288,10	34241,00	31009,00	5232,00	21600,00	4,80	822,24	385,80
19	176	6	Veículo	20	18	14936,36	4	6	4	1	15	956,00	41923,00	38305,00	5472,00	21600,00	5,72	4656,24	220,78
20					Média	9758,57	8,88	4,89	2,44	1,60	16,11	597,31	54308,22	50454,33	7056,00	19200,00	3,63	3993,98	160,98

Na Tabela 23 são apresentados os resultados dos testes após a redução das janelas de tempo para intervalos de 10min. Quanto à utilização dos veículos após a redução das janelas de tempo, verifica-se que houve aumento na utilização dos veículos do tipo 1, ao mesmo tempo em que se reduziu a utilização do tipo 2, quando comparado à construção das rotas do modelo com janelas de tempo de 20min, sendo este fato observado tanto na formulação em que o índice k se refere ao tipo de veículo como ao exemplar de veículo. Como exemplo, a linha 10 da Tabela 22 (formulação com o índice k sendo o tipo de veículo), indica na coluna 12 a quantidade média de 16,67 rotas. O mesmo dado na Tabela 23 apresenta o valor de 21,00. Observou-se também a redução dos GAPs em todos os testes em relação aos modelos com janelas de tempo originais, ao mesmo tempo que, conforme analisado anteriormente, houve a redução da quantidade de variáveis discretas. Com isso, conclui-se que a redução das janelas de tempo tem relação direta com a redução da quantidade de variáveis discretas, motivada pela exclusão de variáveis definida na expressão (14) e, por consequência, pela redução do GAP nas soluções.

Sendo assim, é possível constatar que a redução das janelas de tempo traz reflexos diretos na redução do GAP em ambas definições da frota usando o índice k . A Figura 14 apresenta a evolução da quantidade de variáveis discretas e GAP em função da quantidade de nós em cada instância, considerando os modelos com janelas de tempo de 20min.

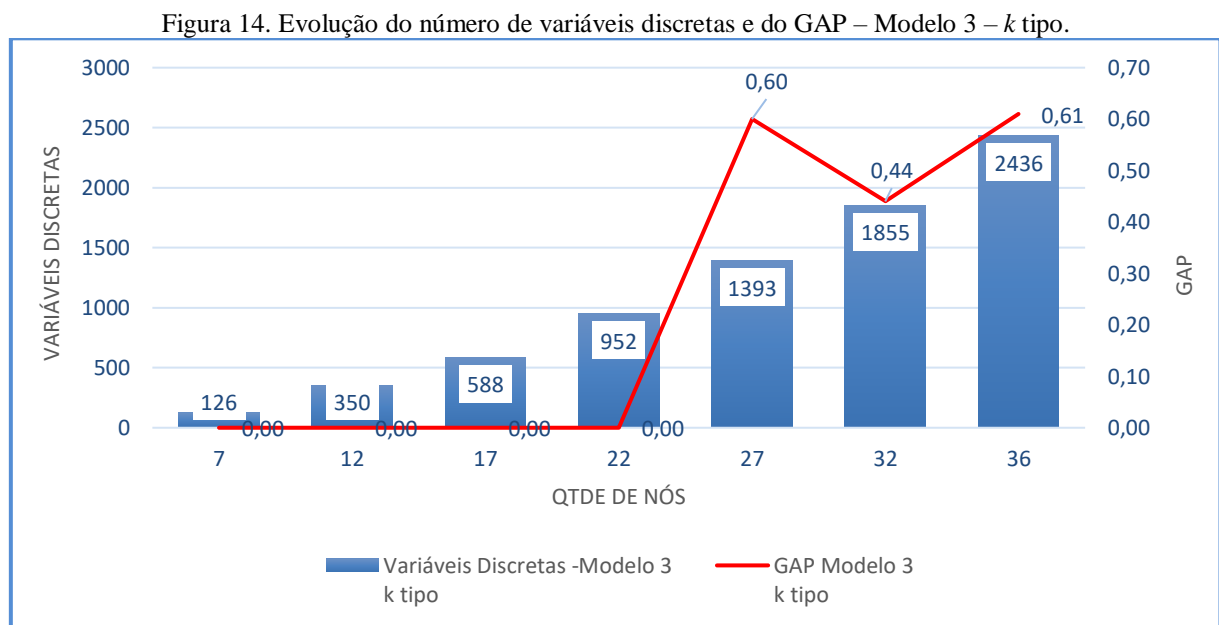


Tabela 23. Resultados Modelo 3 – HFFVRPTWSD - 10min.

1. Linha Teste	2.	3. RG	4. k	5. Qtđ. N°s	6. Qtđ. Clientes	7. FO	Qtđ. de Veículos Utilizados				12. Qtđ. Rotas	13. Dist. (km)	14. N° Restrições	15. N° Var. Totais	16. N° Var. Discretas	17. Tempo Comp. (s)	18. GAP (%)	19. FO Rx	20. GAP (%) (FO Rx)
							8. 1 (1 a 4)	9. 2 (5)	10. 3 (6)	11. 4 (7)									
							1 a 36	37 a 42	43 a 46	47 e 48									
1	7	5 e 6	Tipo	7	5	1995,96	9	1	0	0	10	219,40	839,00	673,00	91,00	0,05	0,00	928,55	114,95
2	17	5 e 6	Tipo	12	10	3720,18	13	3	0	0	16	370,60	2314,00	2003,00	252,00	0,73	0,00	1727,05	115,41
3	27	5 e 6	Tipo	17	15	8842,15	15	4	2	0	21	664,70	4489,00	4033,00	406,00	1,11	0,00	4735,01	86,74
4	37	5 e 6	Tipo	22	20	10242,8	14	4	2	1	21	626,00	7364,00	6763,00	686,00	659,75	0,00	5417,17	89,08
5	47	5 e 6	Tipo	27	25	11670,8	14	6	3	1	24	712,50	10939,00	10193,00	952,00	1137,91	0,00	6184,22	88,72
6	57	5 e 6	Tipo	32	30	16257,3	18	6	4	2	30	962,00	15214,00	14323,00	1218,00	21600,00	0,03	10074,23	61,37
7	67	5 e 6	Tipo	36	34	19049,7	24	6	4	2	36	1396,30	19138,00	18131,00	1631,00	21600,00	0,49	10686,12	78,27
8	77	5	Tipo	18	16	4075,79	6	6	1	0	13	299,30	5008,00	4523,00	560,00	180,56	0,00	1147,52	255,18
9	87	6	Tipo	20	18	15384,3	7	6	4	1	18	1037,70	6130,00	5587,00	553,00	446,36	0,00	7125,44	115,91
10					Média	10137,65	13,33	4,67	2,86	1,40	21,00	698,72	7937,22	7358,78	705,44	5069,61	0,06	5336,15	111,74
11	97	5 e 6	Veículo	7	5	1995,96	9	1	0	0	10	219,40	5718,00	4609,00	624,00	0,45	0,00	928,55	114,95
12	107	5 e 6	Veículo	12	10	3720,18	13	3	0	0	16	370,60	15803,00	13729,00	1728,00	1726,44	0,00	1727,05	115,41
13	117	5 e 6	Veículo	17	15	8842,15	15	4	2	0	21	664,70	30688,00	27649,00	2784,00	21600,00	0,71	4735,01	86,74
14	127	5 e 6	Veículo	22	20	10213,19	9	6	2	1	18	588,80	50373,00	46369,00	4704,00	21600,00	1,91	5417,17	88,53
15	137	5 e 6	Veículo	27	25	11670,78	14	6	3	1	24	712,50	74858,00	69889,00	6528,00	21600,00	2,91	6183,60	88,74
16	147	5 e 6	Veículo	32	30	16252,86	18	5	4	2	29	961,30	104143,00	98209,00	8352,00	21600,00	2,16	10041,65	61,85
17	157	5 e 6	Veículo	36	34	19045,33	24	6	5	1	36	1395,60	131027,00	124321,00	11184,00	21600,00	6,77	10648,82	78,85
18	167	5	Veículo	18	16	4050,56	5	6	1	0	12	294,80	34241,00	31009,00	3840,00	21600,00	1,79	1122,78	260,76
19	177	6	Veículo	20	18	15153,65	7	6	4	1	18	1041,10	41923,00	38305,00	3792,00	21600,00	1,36	7072,37	114,27
20					Média	10104,96	12,67	4,78	3,00	1,20	20,44	694,31	54308,22	50454,33	4837,33	16991,88	1,96	5319,67	112,23

Os dados mostram que, no Modelo 3 com janelas de tempo de 20min (ilustrado na Figura 14), os testes que consideraram o índice k como sendo o tipo de veículo, até 952 variáveis discretas o modelo retornou com GAP 0,00. É interessante notar que a instância que tratou 27 nós retornou um GAP maior do que a instância que tratou 32 nós. Isto ocorreu pois, embora a segunda instância tenha tratado uma maior quantidade de clientes, a característica da instância favoreceu a aproximação da solução ótima.

5.6 RESULTADOS COM O MODELO 4 - SDHFFVRPTWSD

Os resultados do Modelo 4, que considera limitações de acesso às unidades adicionalmente à frota heterogênea, janelas de tempo e entregas fracionadas, serão apresentados nas Tabela 24, 25 e 26, que seguem a mesma estrutura utilizada nas seções anteriores. Seguindo o procedimento adotado anteriormente, foram testadas as janelas de tempo originais e reduzidas.

A Tabela 24 apresenta os resultados considerando as janelas de tempo originais. Conforme esperado, a inclusão das limitações de acesso, de forma geral, resultou no aumento da função objetivo, quando comparado com os resultados obtidos pelo Modelo 3 com janelas de tempo originais. Como dito anteriormente, para esta avaliação é necessário comparar os resultados das funções objetivo constantes nas Tabelas 21 e 24 instância a instância, pois os resultados médios apresentados nas linhas 10 e 20 são influenciados pela quantidade de testes que retornaram sem solução. O aumento do valor das funções objetivo configura uma constatação natural, uma vez que em termos práticos, as limitações de acesso se apresentam como um fator restritivo para construção das rotas, pois as possibilidades de combinação entre clientes e veículos passa a ser menor. Cabe lembrar que a incorporação das limitações de acesso foi modelada de modo semelhante à estratégia de exclusão de variáveis, onde, em resumo, foi definido pela expressão (20) que as variáveis $x_{i,j}^k$ que combinam clientes e veículos incompatíveis assumem o valor 0. Com isso, há redução da quantidade de variáveis discretas do modelo, restringindo também o espaço de soluções possíveis. Observa-se que, em alguns casos, a redução da quantidade de variáveis discretas colaborou com a obtenção da solução. Como exemplo, pode-se observar o teste 55 (linha 6 da Tabela 21), onde o Modelo 3 com janelas de tempo originais não retornou solução. A mesma instância após a inclusão das restrições de acesso (teste 58, linha 6 da Tabela 24) retornou solução, ainda que com GAP de 10,36%.

Com relação aos GAPs registrados, as soluções apresentadas pelo Modelo 4 apresentaram maiores GAPs do que as registradas pelo Modelo 3. Observa-se esta ocorrência em ambas definições da frota com o índice k . Conforme observado nos testes anteriores, os modelos que consideraram o índice k como o exemplar de veículo retornaram sem solução de forma mais recorrente do que os modelos em que o índice k considera o tipo de veículo. Como exemplo, pode-se observar na Tabela 24 (linha 15) que, a partir de 25 clientes, o modelo com formulação do índice k como exemplar de veículo não retornou solução.

Quanto ao tempo computacional, exceto para os testes que envolveram 5 clientes, todos os testes que retornaram solução utilizaram o tempo total disponível para processamento, porém, sem comprovação da otimalidade das soluções apresentadas. Ou seja, não foi possível comprovar a solução ótima para as instâncias que trataram a partir de 10 clientes. Para o modelo completo com 34 clientes, não houve solução após o tempo limite estipulado em ambas as formulações, considerando as janelas de tempo originais. É importante ressaltar que esta instância se refere ao cenário atualmente praticado na Empresa X.

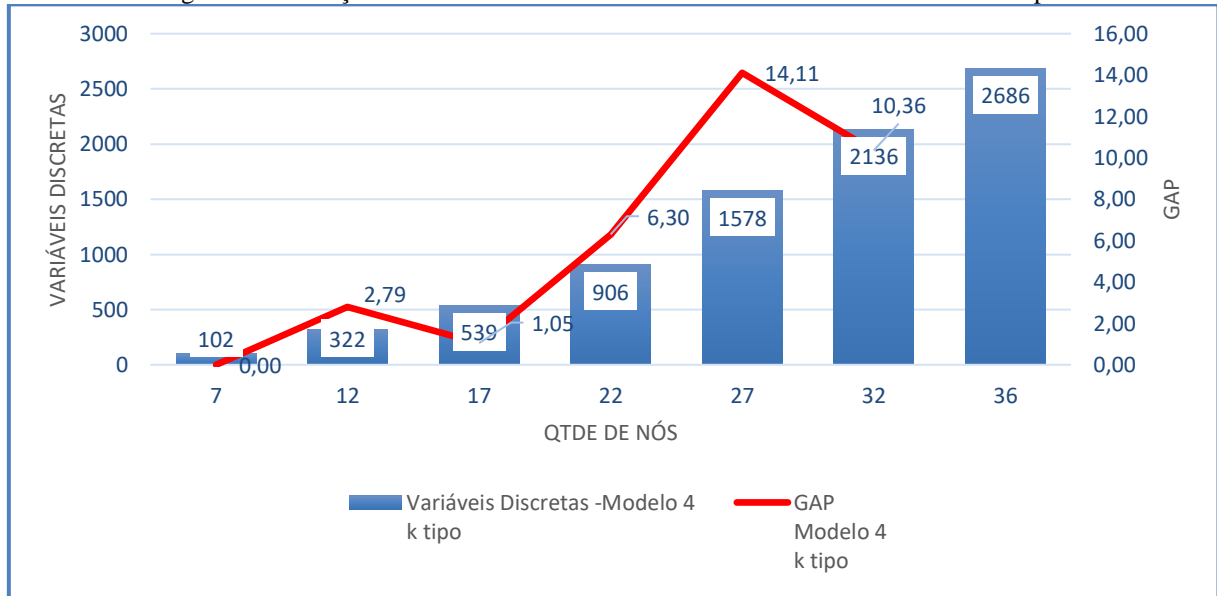
Com relação ao GAP, observado entre as soluções inteiras apresentadas e as soluções “relaxadas”, observa-se que, com a inserção das limitações de acesso, houve redução em ambas formulações com o índice k , motivada pelo aumento da função objetivo relaxada.

Tabela 24. Resultados Modelo 4 – SDHFFVRPTWSD - Originais.

1. Linha	2. Teste	3. RG	4. k	5. Qtd. Nós	6. Qtd. Clientes	7. FO	Qtd. de Veículos Utilizados				12. Qtd. Rotas	13. Dist. (km)	14. Nº Restrições	15. Nº Var. Totais	16. Nº Var. Discretas	17. Tempo Comp. (s)	18. GAP (%)	19. FO Rx	20. GAP (%) (FO Rx)
							8. 1 (1 a 4) 1 a 36	9. 2 (5) 37 a 42	10. 3 (6) 43 a 46	11. 4 (7) 47 e 48									
1	8	5 e 6	Tipo	7	5	1786,00	3	1	1	0	5	101,00	839,00	673,00	102,00	0,11	0,00	1032,01	73,06
2	18	5 e 6	Tipo	12	10	3827,04	14	2	0	0	16	462,80	2314,00	2003,00	322,00	21600,00	2,79	1786,95	114,17
3	28	5 e 6	Tipo	17	15	9226,81	17	5	1	0	23	845,70	4489,00	4033,00	539,00	21600,00	1,05	4304,44	114,36
4	38	5 e 6	Tipo	22	20	11150,28	22	5	2	0	29	982,20	7364,00	6763,00	906,00	21600,00	6,30	4536,62	145,78
5	48	5 e 6	Tipo	27	25	12718,93	25	5	3	0	33	1149,20	10939,00	10193,00	1578,00	21600,00	14,11	4760,87	167,16
6	58	5 e 6	Tipo	32	30	17294,24	33	6	3	1	43	1436,50	15214,00	14323,00	2136,00	21600,00	10,36	8395,81	105,99
7	68	5 e 6	Tipo	36	34	S. solução	-	-	-	-	0	-	19138,00	18131,00	2686,00	21600,00	-	9089,05	-
8	78	5	Tipo	18	16	4644,80	15	3	1	0	19	509,70	5008,00	4523,00	676,00	21600,00	21,73	1478,17	214,23
9	88	6	Tipo	20	18	15429,01	20	2	3	1	26	1300,30	6130,00	5587,00	974,00	21600,00	9,81	8494,94	81,63
10					Média	9509,64	18,63	3,63	2,00	1,00	24,25	848,43	7937,22	7358,78	1102,11	19200,01	8,27	4875,43	127,05
11	98	5 e 6	Veículo	7	5	1770,22	0	2	1	0	3	79,00	5718,00	4609,00	881,00	7,22	0,00	926,72	91,02
12	108	5 e 6	Veículo	12	10	3827,04	14	2	0	0	16	462,80	15803,00	13729,00	2734,00	21600,00	7,77	1488,35	157,13
13	118	5 e 6	Veículo	17	15	9226,81	17	5	1	0	23	845,70	30688,00	27649,00	4540,00	21600,00	5,90	3328,17	177,23
14	128	5 e 6	Veículo	22	20	11315,61	21	5	2	0	28	940,30	50373,00	46369,00	7666,00	21600,00	14,36	2828,44	300,07
15	138	5 e 6	Veículo	27	25	S. solução	-	-	-	-	0	-	74858,00	69889,00	13496,00	21600,00	-	2695,21	-
16	148	5 e 6	Veículo	32	30	S. solução	-	-	-	-	0	-	104143,00	98209,00	18278,00	21600,00	-	5453,61	-
17	158	5 e 6	Veículo	36	34	S. solução	-	-	-	-	0	-	131027,00	124321,00	23830,00	21600,00	-	5635,25	-
18	168	5	Veículo	18	16	4094,06	6	6	1	0	13	324,40	34241,00	31009,00	6908,00	21600,00	30,74	909,85	349,97
19	178	6	Veículo	20	18	14719,51	5	5	4	1	15	1025,80	41923,00	38305,00	9625,00	21600,00	31,93	7019,01	109,71
20					Média	7492,21	12,60	4,17	1,80	1,00	16,33	613,00	54308,22	50454,33	9773,11	18900,90	15,12	3364,96	197,52

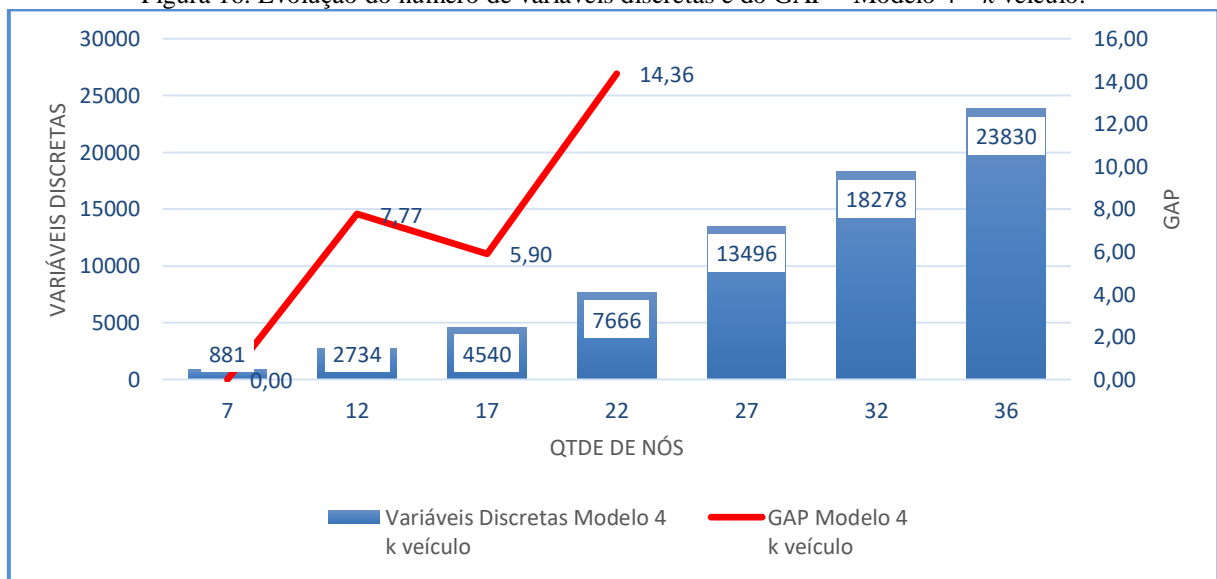
A Figura 15 apresenta a evolução da quantidade de variáveis discretas e GAPs em função da quantidade de nós das instâncias, para a formulação que considera o índice k como tipo de veículo, nos testes que consideraram as janelas de tempo originais.

Figura 15. Evolução do número de variáveis discretas e do GAP – Modelo 4 – k tipo.



A Figura 16 apresenta a comparação entre a evolução das variáveis discretas em função da quantidade de nós, na formulação em que o k denota o exemplar de veículo.

Figura 16. Evolução do número de variáveis discretas e do GAP – Modelo 4 – k veículo.



Comparando-se as Figuras 15 e 16, verifica-se que, em ambas formulações, a ocorrência de GAPs maiores que zero apresentou comportamento semelhante em relação ao crescimento do número de variáveis. Para a formulação em que o índice k representa o exemplar de veículo (Figura 16), os modelos retornaram infactíveis a partir do exemplo com 27 nós, com valor de 13496 variáveis discretas. Analisando-se os resultados do Modelo 4, conclui-se que o modelo que tem formulação com índice k sendo o exemplar de veículo não retornou solução para instâncias que apresentaram número de variáveis discretas superior a 10000.

A Tabela 25 apresenta os resultados obtidos após a redução das janelas de tempo para intervalos de 20min. Os cenários que consideraram 5 e 10 clientes, em ambas formulações, não sofreram alteração nas funções objetivo após a redução das janelas de tempo, o que indica que, para estas instâncias, não houve qualquer reflexo na construção das rotas decorrente da redução. O teste 29 apresentou variação da função objetivo em relação às janelas de tempo originais, além de ter retornado solução ótima (GAP 0,00). A respectiva instância testada com o modelo em que o índice k se refere ao tipo de veículo (teste 119) apresentou função objetivo menor com possibilidade de redução demonstrada pelo GAP de 3,02%. Os demais testes apresentaram funções objetivo diferentes entre as formulações que consideraram o índice k como tipo de veículo e exemplar de veículo, sendo que, a formulação com o índice k sendo o exemplar do veículo apresentou GAP médio de 3,58% (linha 10, coluna 18) enquanto que a formulação em que o k se refere ao exemplar de veículo, apresentou GAP médio de 3,76% (linha 20, coluna 18). Das soluções que não apresentaram solução ótima, o teste 89 apresentou o menor GAP da série com 0,62%, tratando os 18 clientes da Região 6. Em termos de comparação com a situação real da Empresa X, o teste mais aproximado do contexto real foi o 69, que tratou os 34 clientes, retornando o GAP de 1,58%. A respectiva instância testada com o modelo com o índice k sendo o exemplar de veículo (teste 159), retornou sem solução após o limite de tempo estipulado. O teste 159 com 34 clientes apresentou 13882 variáveis discretas, sendo o único que retornou sem solução. Nesta tabela, a partir do teste 109, todos os modelos foram processados no tempo máximo disponível.

Tabela 25. Resultados Modelo 4 – SDHFFVRPTWSD - 20min.

1. Linha	2. Teste	3. RG	4. k	5. Qtd. Nós	6. Qtd. Clientes	7. FO	Qtd. de Veículos Utilizados				12. Qtd. Rotas	13. Dist. (km)	14. Nº Restrições	15. Nº Var. Totais	16. Nº Var. Discretas	17. Tempo Comp. (s)	18. GAP (%)	19. FO Rx	20. GAP (%) (FO Rx)
							8. 1 (1 a 4) 1 a 36	9. 2 (5) 37 a 42	10. 3 (6) 43 a 46	11. 4 (7) 47 e 48									
1	9	5 e 6	Tipo	7	5	1786,00	3	1	1	0	5	101,00	839,00	673,00	96,00	0,06	0,00	1032,01	73,06
2	19	5 e 6	Tipo	12	10	3827,04	14	2	0	0	16	462,80	2314,00	2003,00	231,00	5373,59	0,00	2428,41	57,59
3	29	5 e 6	Tipo	17	15	9230,89	15	3	2	0	20	714,20	4489,00	4033,00	402,00	4669,56	0,00	4946,78	86,60
4	39	5 e 6	Tipo	22	20	11168,11	23	5	2	0	30	995,90	7364,00	6763,00	640,00	21600,00	5,70	6134,54	82,05
5	49	5 e 6	Tipo	27	25	12811,30	27	6	2	0	35	1180,40	10939,00	10193,00	927,00	21600,00	12,29	6899,69	85,68
6	59	5 e 6	Tipo	32	30	17534,96	32	6	3	1	42	1403,80	15214,00	14323,00	1227,00	21600,00	10,54	10767,34	62,85
7	69	5 e 6	Tipo	36	34	20226,38	34	6	4	1	45	1799,60	19138,00	18131,00	1577,00	21600,00	1,58	11384,58	77,66
8	79	5	Tipo	18	16	4702,69	18	2	1	0	21	550,60	5008,00	4523,00	485,00	21600,00	1,51	1623,38	189,69
9	89	6	Tipo	20	18	15899,85	21	5	2	1	29	1387,70	6130,00	5587,00	519,00	21600,00	0,62	9149,49	73,78
10					Média	10798,58	20,78	4,00	2,13	1,00	27,00	955,11	7937,22	7358,78	678,22	15515,91	3,58	6040,69	87,66
11	99	5 e 6	Veículo	7	5	1770,22	0	2	1	0	3	79,00	5718,00	4609,00	834,00	1,33	0,00	926,72	91,02
12	109	5 e 6	Veículo	12	10	3827,04	14	2	0	0	16	462,80	15803,00	13729,00	1958,00	21600,00	3,90	2427,73	57,64
13	119	5 e 6	Veículo	17	15	9208,97	15	2	3	0	20	712,60	30688,00	27649,00	3356,00	21600,00	3,02	4894,59	88,15
14	129	5 e 6	Veículo	22	20	11018,77	20	5	2	0	27	894,10	50373,00	46369,00	5370,00	21600,00	2,41	5952,30	85,12
15	139	5 e 6	Veículo	27	25	12768,33	28	4	3	0	35	1134,30	74858,00	69889,00	7832,00	21600,00	5,12	6648,65	92,04
16	149	5 e 6	Veículo	32	30	17458,04	36	6	4	0	46	1456,60	104143,00	98209,00	10390,00	21600,00	4,63	10126,31	72,40
17	159	5 e 6	Veículo	36	34	S. solução	-	-	-	-	0	-	131027,00	124321,00	13882,00	21600,00	-	10536,67	-
18	169	5	Veículo	18	16	3994,29	5	6	1	0	12	288,10	34241,00	31009,00	4954,00	21600,00	5,04	1081,48	269,34
19	179	6	Veículo	20	18	14050,01	4	6	4	1	15	956,00	41923,00	38305,00	5193,00	21600,00	5,95	7589,85	85,12
20					Média	9261,96	17,43	4,13	2,57	1,00	21,75	747,94	54308,22	50454,33	5974,33	19200,15	3,76	5576,03	105,10

A Tabela 26 apresenta as informações após a redução das janelas de tempo para intervalos de 10min. Os resultados demonstram que nenhum teste com janelas de tempo reduzidas para 10min retornou infactível ou sem solução após o limite de tempo estipulado. Dentre eles, observa-se o teste 90, que representa o cenário composto por todos os CDs situados na Região 5, e que retornou o GAP de 0,04% para a instância com 18 clientes. Seu correspondente (teste 180) apresentou o GAP de 0,85%. Dentre os cenários que trataram a totalidade dos clientes, o menor GAP apresentado foi de 0,89% no teste 70, sendo o índice k descrito como tipo de veículo.

Analisando-se os resultados, pode-se concluir, conforme observado nos testes anteriores, que o número de variáveis discretas sofre redução com a inserção das janelas de tempo em relação ao Modelo 1. Da mesma forma, o Modelo 3 com entregas fracionadas sofre redução ao serem inseridas as limitações de acesso às unidades.

Tabela 26. Resultados Modelo 4 – SDHFFVRPTWSD - 10min.

1. Linha	2. Teste	3. RG	4. k	5. Qtd. Nós	6. Qtd. Clientes	7. FO	Qtd. de Veículos Utilizados				12. Qtd. Rotas	13. Dist. (km)	14. N° Restrições	15. N° Var. Totais	16. N° Var. Discreta s	17. Tempo Comp. (s)	18. GAP (%)	19. FO Rx	20. GAP (%) (FO Rx)
							8. 1 (1 a 4)	9. 2 (5)	10. 3 (6)	11. 4 (7)									
1	10	5 e 6	Tipo	7	5	1995,96	9	1	0	0	10	219,40	839,00	673,00	70,00	0,02	0,00	1098,02	81,78
2	20	5 e 6	Tipo	12	10	4058,24	15	2	0	0	17	473,80	2314,00	2003,00	167,00	12,38	0,00	2585,04	56,99
3	30	5 e 6	Tipo	17	15	9598,60	21	4	1	0	26	909,20	4489,00	4033,00	281,00	387,25	0,00	6018,32	59,49
4	40	5 e 6	Tipo	22	20	11457,99	26	4	2	0	32	1043,80	7364,00	6763,00	467,00	21600,00	0,33	7267,76	57,66
5	50	5 e 6	Tipo	27	25	13209,97	32	5	2	0	39	1259,40	10939,00	10193,00	640,00	21600,00	1,25	8394,92	57,36
6	60	5 e 6	Tipo	32	30	17920,22	35	6	3	1	45	1451,10	15214,00	14323,00	816,00	21600,00	10,58	12297,34	45,72
7	70	5 e 6	Tipo	36	34	20763,45	36	6	4	1	47	1812,30	19138,00	18131,00	1068,00	21600,00	0,89	12991,58	59,82
8	80	5	Tipo	18	16	4821,06	21	3	0	0	24	578,20	5008,00	4523,00	361,00	21600,00	0,78	2133,98	125,92
9	90	6	Tipo	20	18	16009,72	21	5	2	1	29	1402,00	6130,00	5587,00	371,00	21600,00	0,04	10095,17	58,59
10					Média	11092,80	24,00	4,00	2,33	1,00	29,89	1016,58	7937,22	7358,78	471,22	14444,41	1,54	6986,90	67,04
11	100	5 e 6	Veículo	7	5	1995,96	6	1	0	0	7	219,40	5718,00	4609,00	603,00	0,38	0,00	928,55	114,95
12	110	5 e 6	Veículo	12	10	4058,24	15	2	0	0	17	473,80	15803,00	13729,00	1412,00	21600,00	0,54	2585,04	56,99
13	120	5 e 6	Veículo	17	15	9596,02	21	3	1	0	25	895,40	30688,00	27649,00	2332,00	21600,00	1,92	6018,32	59,45
14	130	5 e 6	Veículo	22	20	11168,86	21	5	2	0	28	915,60	50373,00	46369,00	3896,00	21600,00	1,76	7255,37	53,94
15	140	5 e 6	Veículo	27	25	12862,54	30	6	2	0	38	1136,00	74858,00	69889,00	5380,00	21600,00	2,61	8362,50	53,81
16	150	5 e 6	Veículo	32	30	17858,36	36	5	3	1	45	1447,30	104143,00	98209,00	6868,00	21600,00	2,40	12051,33	48,19
17	160	5 e 6	Veículo	36	34	20399,69	36	6	4	1	47	1761,50	131027,00	124321,00	9376,00	21600,00	6,37	12530,49	62,80
18	170	5	Veículo	18	16	4050,56	5	5	2	0	12	294,80	34241,00	31009,00	3641,00	21600,00	1,76	1843,70	119,70
19	180	6	Veículo	20	18	16017,32	21	4	2	1	28	1402,00	41923,00	38305,00	3112,00	21600,00	0,85	9356,88	71,18
20					Média	10889,73	21,22	4,11	2,29	1,00	27,44	949,53	54308,22	50454,33	4068,89	19200,04	2,02	6770,24	71,22

5.7 CONSOLIDAÇÃO DOS RESULTADOS

Considerando a extensão dos testes executados, a Tabela 27 apresenta a consolidação dos resultados obtidos, comparando as principais características dos modelos. Para isso, a coluna 1 identifica as linhas da tabela e a coluna 2 descreve o modelo testado. Na coluna 3 está descrita a formulação do índice k e na coluna 4 a quantidade de instâncias executadas em cada modelo. Nas colunas 5 e 6 estão descritas as quantidades de instâncias que retornaram infactíveis e sem solução, respectivamente. Na coluna 7 consta o valor médio da função objetivo e na coluna 8 o valor médio da distância total percorrida. As colunas 9 e 10 relacionam a quantidade média de restrições e variáveis totais, respectivamente, obtidas em cada modelo. A coluna 11 relaciona a quantidade média de variáveis discretas em cada modelo, e a coluna 12 o tempo computacional médio. Por fim, a coluna 13 apresenta os GAPs médios de cada modelo.

Conforme pode-se observar, existe uma relação direta entre a quantidade de variáveis discretas e o desempenho do modelo. Conforme descrito na coluna 11, o processo de inserção das janelas de tempo (Modelo 1 para Modelo 2) provocou a redução da quantidade de variáveis discretas em ambas formulações do índice k . Esta redução também é observada no processo de redução das janelas de tempo, sendo acompanhada pela redução dos tempos computacionais e dos GAPs médios, descritos nas colunas 12 e 13, respectivamente. Cabe lembrar que a redução do número de variáveis discretas é atribuída ao pré-processamento definido pelas expressões (10) e (14), no caso dos Modelos 1 e 2. No caso do Modelo 3, a expressão (10) é retirada devido à possibilidade de entregas fracionadas, o que contribui para o aumento da quantidade de variáveis discretas em relação ao modelo com entregas únicas. O simples fato de o modelo operar com entregas fracionadas, é fator determinante para o aumento da quantidade de variáveis discretas, uma vez que aumenta as possibilidades de combinação entre clientes e veículos.

De forma semelhante, as limitações de acesso foram modeladas a partir da estratégia de exclusão de variáveis que combinavam CDs e veículos incompatíveis (expressão (20)). Com isso, observou-se também uma redução importante da quantidade de variáveis discretas, colaborando com o desempenho do modelo.

É importante destacar que, em ambas as formulações, é observada a relação entre o desempenho dos modelos e a quantidade de variáveis discretas. Porém, na formulação em que o índice k denota o exemplar de veículo, a quantidade de variáveis discretas é muito maior, o que é acompanhado por maiores tempos computacionais e GAPs. Além disso, são observadas maiores quantidade de testes que não apresentaram solução após o tempo estabelecido.

Comparando-se os resultados obtidos a partir de uma análise baseada em parâmetros práticos, é de se esperar, mesmo que de maneira intuitiva, que o custo da operação sofra aumento à medida que o problema tratado se torne mais complexo. Observando-se a evolução dos testes e os custos retornados, constatou-se que, de fato, a função objetivo sofreu aumento pela inserção das restrições, para que o modelo estivesse mais aderente a situação real da Empresa X. Se observa o aumento do valor da função objetivo com a inserção de janelas de tempo, assim como no processo de redução destas.

Ainda com base na análise dos custos, nota-se que a inserção das limitações de acesso trouxe aumento do custo da operação. Como exemplo, observe os resultados obtidos pelos Modelos 3 e 4, na formulação em que o índice k denota o exemplar de veículos, com as janelas de tempo padrão de 10min (coluna 7, linhas 17 e 20). Como pode-se observar, a inserção das limitações de acesso elevou o valor médio da função objetivo em torno de 7,20% (de \$10104,96 para \$10889,73). O mesmo ocorre com a formulação em que o k representa o tipo de veículo, onde observa-se um aumento de 9,42% (coluna 7, linhas 7 e 10). Em termos gerais, considerando que os modelos retornaram a mesma quantidade de soluções (sem incidência de testes ineficazes ou sem solução), conclui-se que este aumento percentual é atribuído exclusivamente às limitações de acesso às unidades.

Na seção seguinte serão comparados os resultados dos modelos completos com o cenário da operação atualmente praticada na Empresa X.

Tabela 27. Consolidação dos Resultados.

1. Linha	2. Modelo	3. k	4. Qtd. Testes	5. Qtd. Testes Infatíveis	6. Qtd. Testes Sem Solução	7. FO	8. Distância (Km)	9. Qtd. Restrições	10. Var. Totais	11. Var. Discretas	12. Tempo Comp. (s)	13. GAP (%)
1	Modelo 1 - HFFVRP	Tipo	9	2	0	7141,44	275,27	3852,89	7075,67	892,56	7582,14	6,38
2	Modelo 2 HFFVRPTW	Original	9	2	0	7774,84	343,73	7687,33	7224,22	487,78	15,19	0,00
3		20min	9	3	0	7503,84	341,72	7687,33	7224,22	312,89	0,05	0,00
4		10min	9	4	0	6546,86	292,08	7687,33	7224,22	228,89	0,02	0,00
5	Modelo 3 HFFVRPTWSD	Original	9	0	2	7304,80	399,83	7937,22	7358,78	1701,00	14404,91	6,38
6		20min	9	0	0	9753,29	608,44	7937,22	7358,78	1029,00	8284,17	0,18
7		10min	9	0	0	10137,65	698,72	7937,22	7358,78	705,44	5069,61	0,06
8	Modelo 4 SDHFFVRPTWSD	Original	9	0	1	9509,64	848,43	7937,22	7358,78	1102,11	19200,01	8,27
9		20min	9	0	0	10798,58	955,11	7937,22	7358,78	678,22	15515,91	3,58
10		10min	9	0	0	11092,80	1016,58	7937,22	7358,78	471,22	14444,41	1,54
11	Modelo 1 - HFFVRP	Veículo	9	2	1	6355,51	253,32	26185,44	48511,89	2792,44	12001,33	7,92
12	Modelo 2 HFFVRPTW	Original	9	2	0	7774,84	343,73	52482,11	49531,67	1576,22	2749,97	0,56
13		20min	9	3	0	7503,84	341,72	51259,89	49531,67	1050,67	4,15	0,00
14		10min	9	4	0	6546,86	292,08	52482,11	49531,67	800,00	0,13	0,00
15	Modelo 3 HFFVRPTWSD	Original	9	0	2	7607,86	464,56	54308,22	50454,33	11664,00	19265,69	15,27
16		20min	9	0	0	9758,57	597,31	54308,22	50454,33	7056,00	19200,00	3,63
17		10min	9	0	0	10104,96	694,31	54308,22	50454,33	4837,33	16991,88	1,96
18	Modelo 4 SDHFFVRPTWSD	Original	9	0	3	7492,21	613,00	54308,22	50454,33	9773,11	18900,90	15,12
19		20min	9	0	1	9261,96	747,94	54308,22	50454,33	5974,33	19200,15	3,76
20		10min	9	0	0	10889,73	949,53	54308,22	50454,33	4068,89	19200,04	2,02

5.8 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS COM A OPERAÇÃO ATUAL

Buscando avaliar os resultados obtidos até aqui, o custo da operação da Empresa X foi mensurado e comparado com os principais parâmetros das soluções dos modelos correspondentes. Para isso, foi considerada a operação de distribuição da carga nos 34 CDs das Regiões 5 e 6. Conforme mencionado, os dados foram extraídos com base na operação atualmente praticada na Empresa X. Considerando que o objetivo é comparar os custos da operação atualmente praticados, foram utilizados para comparação apenas os resultados do Modelo 4, que tratou o cenário completo do problema, i.e, com frota heterogênea, janelas de tempo, entregas fracionadas e limitações de acesso às unidades. A Tabela 28 apresenta de forma comparativa os custos praticados e as soluções apresentadas pelos modelos nas duas formulações da frota de acordo com o índice k . Na coluna 1 são numeradas as linhas da tabela, na coluna 2 é identificado o número do teste, sendo que, na linha 1, constam os dados da Empresa X relativos à operação praticada atualmente. Na coluna 3 é identificada a região considerada. A coluna 4 refere-se à formulação do índice k (tipo de veículo ou exemplar de veículo). Nas colunas 5 e 6 constam as quantidades de nós e quantidade de clientes, respectivamente. As colunas identificadas como “Modelo 4” relacionam as janelas de tempo consideradas. A coluna 10 indica o custo da operação (função objetivo) e as colunas 11 a 14 relacionam as quantidades de veículos utilizados em cada solução/operação da Empresa X. As colunas 15 e 16 indicam a quantidade de rotas e distância total percorrida, respectivamente. A coluna 17 registra o GAP de cada solução e a coluna 18 o percentual de economia de cada solução em relação à operação praticada na Empresa X.

Tabela 28. Comparação de resultados – Regiões 5 e 6.

1. Linha	2. Teste	3. RG	4. k	5. Qtd. nós	6. Qtd. clientes	Modelo 4			10. Custo Operação / FO (\$)	Qtd. de veículos utilizados				15. Qtd. de Rotas	16. Dist. (km)	17. GAP (%)	18. % de Economia
						7. Original	8. 20min	9. 10min		11. 1 (1 a 4) 1 a 36	12. 2 (5) 37 a 42	13. 3 (6) 43 a 46	14. 4 (7) 47 e 48				
1	Operação Empresa X	5 e 6		36	34	X			24627,30	36	6	4	2	48	2455,00	-	-
2	68	5 e 6	Tipo	36	34	X			Sem Solução	-	-	-	-	-	-	-	-
3	158	5 e 6	Veículo	36	34	X			Sem Solução	-	-	-	-	-	-	-	-
4	69	5 e 6	Tipo	36	34		X		20226,38	34	6	4	1	45	1799,60	1,58	17,87
5	159	5 e 6	Veículo	36	34		X		Sem Solução	-	-	-	-	-	-	-	-
6	70	5 e 6	Tipo	36	34			X	20763,45	36	6	4	1	47	1812,30	0,89	15,69
7	160	5 e 6	Veículo	36	34			X	20399,69	36	6	4	1	47	1761,50	6,37	17,17

Embora as soluções utilizadas na comparação não tenham sido comprovadas como ótimas, observa-se que tanto a formulação em que o índice k se refere ao tipo de veículo como ao exemplar de veículo apresentaram soluções mais econômicas em relação ao custo atualmente praticado pela Empresa X. No entanto, no cenário que considerou o intervalo de janelas de tempo originais, não houve solução para comparação. No cenário com janelas de tempo padrão de 20min, a solução do modelo com o índice k sendo o tipo de veículo apresentou uma economia na ordem de 17,87%. Quando testadas as instâncias com janelas de tempo de 10min, as duas formulações apresentaram redução de custos maiores que 15,00%, mesmo com a incidência de GAP relativo maior que zero. Sendo assim, nota-se que mesmo as soluções subótimas apresentam economia em relação ao custo da operação atualmente praticado para as instâncias com 34 clientes. Além disso, todos os testes que retornaram solução, consideraram cenários com janelas de tempo mais restritas às atualmente praticadas, sendo este fato uma vantagem do ponto de vista operacional. Cabe destacar que a operação atualmente praticada na Empresa X utiliza todos os veículos disponíveis, e que as soluções propostas indicaram redução da quantidade de veículos utilizados. Considerando os cenários completos, o percentual de redução médio obtido, mesmo em soluções subótimas, foi de 16,91% em relação ao custo da operação de um dia.

A análise e comparação dos custos também foi feita considerando as Regiões 5 e 6 separadamente, com o objetivo de identificar em qual região os ganhos pela aplicação do modelo proposto são mais evidentes. Para isso, é importante ressaltar que, as rotas praticadas pela Empresa X foram construídas considerando as duas regiões conjuntamente, ou seja, as rotas na configuração praticada, não atendem exclusivamente uma única região, embora na prática, sejam composta predominantemente por clientes da mesma região. Considerando este fato, admite-se que as rotas que atendem determinada região, estão de certa forma “contaminadas” pelo atendimento de algum cliente de outra região, porém, considerou-se este custo irrelevante uma vez que nestes casos, estes clientes foram incluídos pela conveniência de sua localização que favoreceu serem atendidos por determinada rota, ainda que esta tenha sido construída para atendimento de outra região. Assim, para comparação dos resultados obtidos pelos testes que trataram as regiões em separado, foram considerados os custos das rotas que atendem todos os CDs da Região 5, e todas as rotas que atendem a Região 6. O principal objetivo nesta comparação foi propiciar uma alternativa de roteirização segmentada por regiões, caso os resultados se mostrassem favoráveis. A partir da comparação dos custos por região, tem-se como vantagem a possibilidade de segmentação da gestão das rotas por região, além de proporcionar que os modelos operem com uma quantidade menor de nós, colaborando com o

seu desempenho. A Tabela 29 apresenta a comparação dos custos e soluções relativas à Região 5, composta apenas pelos 16 clientes localizados no município de São Paulo.

Observa-se que todas as soluções apresentadas tiveram redução do custo praticado, tendo o percentual médio de economia na ordem de 41,00%. Nota-se também redução significativa na quantidade de veículos utilizados e distância total percorrida. Como principal razão para a redução expressiva nestes cenários, tem-se o fato de as unidades que compõem estas instâncias estarem localizadas mais próximas ao TC, o que favorece a redução do tempo de percurso e o melhor aproveitamento dos veículos. Em contrapartida, conforme contextualizado anteriormente, as rotas atualmente praticadas são fruto de diversas alterações motivadas pela necessidade operacional do momento, o que implica na desconfiguração do critério de roteirização inicialmente aplicado.

Tabela 29. Comparação de resultados - Região 5.

1. Linha	2. Teste	3. RG	4. k	5. Qtd. nós	6. Qtd. clientes	Modelo 4			10. Custo Operação / FO (\$)	Qtd. de veículos utilizados				15. Qtd. de Rotas	16. Dist. (km)	17. GAP (%)	18. % de Economia
						7. Original	8. 20min	9. 10min		11. 1 (1 a 4) 1 a 36	12. 2 (5) 37 a 42	13. 3 (6) 43 a 46	14. 4 (7) 47 e 48				
1	Operação Empresa X	5		18	16	X			7430,09	26	2	1	0	29	691,90	-	-
2	78	5	Tipo	18	16	X			4644,80	15	3	1	0	19	509,70	21,73	37,49
3	168	5	Veículo	18	16	X			4094,06	6	6	1	0	13	324,40	30,74	44,90
4	79	5	Tipo	18	16		X		4702,69	18	2	1	0	21	550,60	1,51	36,71
5	169	5	Veículo	18	16		X		3994,29	5	6	1	0	12	288,10	5,04	46,24
6	80	5	Tipo	18	16			X	4821,06	21	3	0	0	24	578,20	0,78	35,11
7	170	5	Veículo	18	16			X	4050,56	5	5	2	0	12	294,80	1,76	45,48

A Tabela 30 compara as soluções com os custos atualmente praticados na Região 6, que tem como característica a localização dos CDs mais distante do TC. Sendo assim, quando comparado o percentual de economia em relação ao teste com a Região 5, observa-se que a economia é menor. Também se observou o aumento da quantidade de veículos utilizados juntamente com a migração do uso para os tipos de veículo de menor capacidade. Diante do observado, conclui-se que, mesmo nas soluções subótimas, os modelos retornaram soluções economicamente atrativas quando comparadas aos custos da operação atualmente praticados, mesmo quando considerada a aplicação do modelo de forma separada por região, sendo a Região 5 a mais atrativa do ponto de vista econômico.

No próximo capítulo serão apresentadas as conclusões deste trabalho bem como as perspectivas futuras para continuidade do estudo.

Tabela 30. Comparação de resultados - Região 6.

1. Linha	2. Teste	3. RG	4. k	5. Qtd. nós	6. Qtd. clientes	Modelo 4			10. Custo Operação / FO (\$)	Qtd. de veículos utilizados				15. Qtd. de Rotas	16. Dist. (km)	17. GAP (%)	18. % de Economia
						7. Original	8. 20min	9. 10min		11. 1 (1 a 4) 1 a 36	12. 2 (5) 37 a 42	13. 3 (6) 43 a 46	14. 4 (7) 47 e 48				
1	Operação Empresa X	6		20	18	X			17197,21	10	4	3	2	19	1763,10	-	-
2	88	6	Tipo	18	18	X			15429,01	20	2	3	1	26	1300,30	9,81	10,28
3	178	6	Veículo	18	18	X			14719,51	5	5	4	1	15	1025,80	31,83	14,41
4	89	6	Tipo	18	18		X		15899,85	21	5	2	1	29	1387,70	0,62	7,54
5	179	6	Veículo	18	18		X		14050,01	4	6	4	1	15	956,00	5,95	18,30
6	90	6	Tipo	18	18			X	16009,72	21	5	2	1	29	1402,00	0,04	6,91
7	180	6	Veículo	18	18			X	16017,32	21	4	2	1	28	1402,00	0,85	6,86

6. CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

O presente trabalho teve como objetivo solucionar um problema prático classificado como um caso típico de Problema de Roteirização de Veículos com Frota Heterogênea, Janelas de Tempo, Entregas Fracionadas e Limitações de acesso, sendo este configurado em uma empresa de distribuição de carga expressa na região Oeste da cidade de São Paulo, aqui genericamente denominada Empresa X. Para isso, foram estendidos modelos de programação matemática da literatura para a representação e solução do problema, juntamente com um artifício de definição da frota que buscou reduzir a quantidade de variáveis discretas e, assim, melhorar o desempenho dos modelos.

Diante dos resultados obtidos, conclui-se que, apesar da formulação que define o índice k como tipo de veículo, ter apresentado uma relativa perda de generalidade, a aplicação do artifício é vantajosa por possibilitar a redução da quantidade de variáveis discretas, o que favorece a obtenção da solução ótima quando tratadas instâncias de menor porte. Nas instâncias maiores, o modelo desenvolvido com o índice k como tipo de veículo ainda apresentou vantagem por ter retornado soluções subótimas, em instâncias em que o modelo que tratou o índice k como exemplar de veículos não retornou solução. Em contrapartida, a aplicação do artifício limita a quantidade de visitas dos veículos do tipo 1 em até 4 ocorrências, e, para os demais, a 1 ocorrência, sendo que neste fato reside a perda de generalidade do modelo.

Com relação às instâncias menores, o modelo que considerou o índice k como exemplar de veículo apresentou boa efetividade na convergência para a solução ótima, sobretudo nos modelos intermediários que trataram parcialmente as restrições. A formulação que define o índice k como exemplar de veículo apresentou como principal vantagem a quantidade irrestrita de visitas por tipos de veículos, o que possibilita ao modelo operar com maior quantidade de possibilidades de construção de rotas. Por outro lado, a grande quantidade de variáveis discretas dificulta a obtenção das soluções, apresentando também maiores GAPs do que a formulação com o índice k sendo o tipo de veículo.

Quanto a utilização da frota, os resultados demonstraram que a utilização dos veículos de menor capacidade (tipo 1) está condicionada a possibilidade de entregas fracionadas, o que é justificado pelo fato de não haver demandas menores que a capacidade deste tipo de veículo, sendo, portanto, utilizados somente na entrega de porções das demandas. Quanto à definição das janelas de tempo, conclui-se que a redução procedida colabora com a obtenção de solução, mesmo sendo esta subótima. Isto ocorre pelo fato das janelas de tempo restringirem o espaço

de soluções dos modelos, pela aplicação de pré-processamentos relativos à exclusão de variáveis ineficazes ou inaplicáveis ao conjunto de soluções possíveis.

Com relação aos tempos computacionais, observou-se que os modelos que trataram todas as restrições simultaneamente e, com maior quantidade de clientes, utilizaram a totalidade do tempo disponível. Para o tratamento do problema da Empresa X, o longo tempo computacional não se apresenta como impeditivo para implementação das soluções, pois pretende-se que os roteiros sejam definidos a partir dos dados determinísticos e replicados diariamente. Porém, considerando a hipótese de aplicação dos modelos em um cenário com característica dinâmica, possivelmente o tempo computacional inviabilizaria a implantação. Assim, buscar alternativas que reduzam o tempo computacional dos modelos é fortemente indicado.

Diante dos resultados, definiu-se como perspectivas de pesquisas futuras as seguintes etapas:

- Desdobrar o artifício utilizado com o índice k sendo o tipo de veículo, de modo que também sejam divididos em subcategorias os veículos dos tipos 2, 3 e 4, possibilitando assim que cada cliente seja visitado mais de uma vez pelos veículos destes tipos.
- Considerando que a modelagem do problema da Empresa X foi desenvolvida de forma gradual (em etapas), verifica-se que os modelos desenvolvidos podem ser aplicados na modelagem de problemas com parte das restrições tratadas neste trabalho. Sendo assim, tem-se como uma das perspectivas futuras a aplicação dos modelos desenvolvidos na modelagem de problemas menos complexos.
- A variação de parâmetros em modelos lineares tem motivado abordagens de solução que sejam capazes de absorver as incertezas dos dados, isto é, abordagens que sejam “robustas” (Bertsimas e Sim, 2004). A literatura descreve o tratamento de incertezas em processos sendo denominado como “programação estocástica robusta” ou simplesmente “otimização robusta”. Assim, os métodos de Otimização Robusta são capazes de encontrar uma solução ótima para problemas de otimização que admitem certo nível de variação em determinados parâmetros. Considerando o caráter prático dos VRP quanto ao ambiente de aplicação, é sabido que alguns parâmetros como tempo de deslocamento de veículos, volume da demanda a ser entregue ou mesmo o tempo de serviço no cliente, estão sujeitos à influência de fatores incontrolláveis, sobretudo, quando o problema estudado tem como ambiente de operação grandes centros urbanos. Diante do exposto, tem-se como uma das perspectivas futuras deste trabalho a aplicação de técnicas de

otimização estocástica robusta para incorporação de incertezas nos parâmetros tempo de percurso e variação de demanda, como evidenciado nas Seções 3.2.2 e 3.2.3.

- Considerando a complexidade do problema estudado, tem-se como importante perspectiva o desenvolvimento de métodos de solução heurísticos baseados nos modelos desenvolvidos, e que sejam capazes de encontrar soluções factíveis para as instâncias para os quais os modelos testados não foram capazes de obter nenhuma solução.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALONSO, F.; ALVAREZ, M. J.; BEASLEY, J.E. A tabu search algorithm for the periodic vehicle routing problem with multiple vehicle trips and accessibility restrictions. **Journal of the Operational Research Society**, v. 59, n. 7, p. 963-976, 2008.

ARCHETTI, C.; SPERANZA, M.G.; HERTZ, A. A tabu search algorithm for the split delivery routing problem. **Transport Science**, v. 40 n.1, p. 64-73, 2006.

ARCHETTI, C.; SAVELSBERGH, M.W.P.; SPERANZA, M.G. To split or not to split: that is the question. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, v. 44, p. 114-123, 2008.

ARCHETTI, C.; SPERANZA, M.G. Vehicle routing problems with split deliveries. **International Transactions in Operational Research**, n. 19, p. 3-22, 2012.

ASSAD, A.A. Modeling and implementation issues in vehicle routing problem. In: **Vehicle Routing: Methods and Studies**, GOLDEN, B.L.; ASSAD, A. A. (Eds), Elsevier Sciences Publishers, North-Holland, Amsterdam, p. 7-45, 1988.

BALDACCI, R.; BATARRA, M.; VIGO, D. Routing a heterogeneous fleet of vehicles. In **The vehicle routing problem: latest advances and new challenges**. GOLDEN, B.L.; RAGHAVAN S.; WASIL, E. A. (Eds), Operation Research/Computer Science Interfaces Series. Springer, 2008.p.3-27

BALDACCI, R.; MINGOZZI, A. A unified exact method for solving different classes of vehicle routing problems. **Mathematical Programming**, v. 120, n. 2, p. 347-380, 2009.

BAKER, E.K. Vehicle routing with time Windows constraints. **Logistics and Transportation Review**, v. 18, n. 4, p. 385-401, 1982.

BEASLEY, J.E. Route First – Cluster second methods for vehicle routing. **Omega**, v. 11, n. 4, p. 403-408, 1983.

BELFIORE, P.P. *Scatter search para problemas de roteirização de veículos com frota heterogênea, janelas de tempo e entregas fracionadas*. 2006. 222f. (Doutorado em Engenharia) – Departamento de Engenharia de Produção, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

BELFIORE, P.P.; YOSHIZAKI, H.T.Y. Scatter search for a real-life heterogeneous fleet vehicle routing problem with time windows and split deliveries in Brazil. **European Journal of Operational Research**, v. 199, p. 750-758, 2009.

BELFIORE, P.P.; YOSHIZAKI, H.T.Y. Heuristic methods for the fleet size and mix vehicle routing problem with time windows and split deliveries. **Computers & Industrial Engineering**, v. 64, p. 589-601, 2013.

BERNAL, J.; JOHN, W.E.; LINFATI, R. A granular tabu search algorithm for a real case study of a vehicle routing problem with a heterogeneous fleet and time windows. **Journal of Industrial Engineering and Management**, Barcelona, v. 10, n. 4, p. 646-662, 2017.

BERTSIMAS, D.; SIM, M. The price of robustness. **Operations Research**, v. 52, n. 4 p. 35-53, 2004.

BODIN, L.D.; GOLDEN, B. Classification in vehicle routing and scheduling. **Networks**, v. 11, n. 2, p. 97-108, 1981.

BODIN, L.D.; GOLDEN, B.; ASSAD, A.; BALL, M. Routing and scheduling of vehicles and crews: The states of the art. **Computers & Operations Research**, v. 10, n. 2, p. 63-211, 1983.

BREJON, S.R.C. **Algoritmo para resolução do problema de programação do transporte de suprimentos para unidades marítimas de exploração de petróleo**. São Paulo, 1998. 132f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Naval) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 1998.

CHAO, I.M.; GOLDEN, B.; WASIL, E. A computational study of a new heuristic for the site-dependent vehicle routing problem. **Information Systems and Operational Research**, v. 37, n. 3, p. 319-336, 1999.

CHAO, I.M; LIOU, T.S. A new tabu search heuristic for the site-dependent vehicle routing problem. In: **The next wave in computing, optimization, and decision technologies**. Springer, p. 107-119, 2005.

CHEN, S.; GOLDEN, B.; WASIL, E. The split delivery vehicle routing problem: Applications, algorithms, test problems, and computational results. **Networks**, v. 49, n. 4, p. 318-329, 2007.

CHEN, P.; GOLDEN, B.; XINGYIN, W.; WASIL, E. A novel approach to solve the split delivery vehicle routing problem. **International Transactions in Operational Research**, v. 24, n. 1-2, p. 27-41, 01 2017.

CHOPRA, S.; MEINDL, P. Gerenciamento da cadeia de suprimentos: Estratégia, planejamento, e operação. In: **Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos: Estratégia, Planejamento, e Operação**. Pearson Prentice Hall, 2003. p.465-512.

CHRISTOFIDES, N.; MINGOZZI, A.; TOTH, P. Exact algorithms for the vehicle routing problem, based on spanning tree and shortest path relaxations. **Mathematical Programming**, v. 20, p. 255-282, 1981.

CHRISTOFIDES, N. Vehicle Routing. In: **The traveling salesman problem: A guided tour of combinatorial optimization**, LAWER, E.L.; LENSTRA, N.K; KAN, A.H.G.R.; SHMOYS, DB (Eds.), Jonh Wiley & Sons, 1985.

CLARKE, G.; WRIGHT, J.W. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. **Operations Research**, v.12, n. 4, p. 568 – 581, 1964.

CORDEAU, J.F; LAPORTE, G. A tabu search algorithm for the site dependent vehicle routing problem with time windows. **Information Systems and Operational Research**, v. 39, n. 3, p. 292-298, 2001.

CUNHA, C.B. **Uma contribuição para o problema de roteirização de veículos com restrições operacionais**. São Paulo, 1997. 222f. (Doutorado em Engenharia de Transportes) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 1997.

CUNHA, C. B.; GUALDA, N.D.F. Heurísticas baseadas em relaxação lagrangiana para o problema de roteirização de veículos com restrições operacionais. In: **Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes**. p. 843-855, 1997.

DANTZIG, G.B.; RAMSER, J. H. The truck dispatching problem. **Management Science**, v. 6, n. 1, p. 80-91, 1959.

DESAULNIERS, G.; MADSEN, O.B.G.; ROPKE, S. The vehicle routing problem with time windows. In: TOTH, P.; VIGO, D. (Coord.) **Vehicle Routing: problems, methods, and applications**. Mathematical Optimization Society. Philadelphia, 2014. p.119-152.

DROR, M.; TRUDEAU, P. Saving by split delivery routing. **Transportation Science**, v. 23, n. 2, p. 141-145, 1989.

DROR, M.; LAPORTE, G.; TRUDEAU, P. Split delivery routing. **Naval Research Logistic**, v. 37, p. 383-402, 1990.

DROR, M.; LAPORTE, G.; TRUDEAU, P. Vehicle routing with split deliveries. **Discrete Applied Mathematics**, v.50, n.3, p.229-254, 1994.

EKSIOGLU, B.; VURAL, A.V.; REISMAN, A. The vehicle routing problem: a taxonomic review. **Computers & Industrial Engineering**, v. 57, n. 4, p. 1472-1483, 2009.

FEOFILOFF, P.; KOHAYAKAWA, Y.; WAKABAYASHI, Y. Uma introdução sucinta à teoria dos grafos. Disponível em: <<http://www.ime.usp.br/~pf/teoriadosgrafos>>. Acesso em: 08 de jun. 2017.

FRIZZELL, P.W.; GIFFIN, J. W. The split delivery vehicle scheduling problem with time windows and grid network distances. **Computers & Operational Research**, v. 22, n. 6, p. 655-667, 1995.

GENDREAU, M.; LAPORTE, G.; MUSARAGANYI, C.; TAILLARD, E.D. A tabu search heuristic for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. **Computers & Operations Research**, v. 26, n. 12, p. 1153-1173, 1999.

GENDREAU, M et al. A Tabu search heuristic for the vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints. **Networks**, v. 51, p. 4-18. 2008.

GHEYSENS, F.; GOLDEN, B; ASSAD, A. A comparison of techniques for solving the fleet size and mix vehicle routing problem. **Operations Research Spectrum**, v. 6, n. 4, p. 207-216, 1984.

GILLETT, B.L.; MILLER, L. A heuristic algorithm for the vehicle dispatch problem. **Operations Research**, v. 22, n. 4, p. 340-349, 1974.

GOLDBARG, M.C.; LUNA, H.P.L. **Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos**. 2ed. Rio de Janeiro: Campus, 2000.

GOLDEN, B.L.; ASSAD, A. A.; LEVY, L.; GHEYSENS, F.G. The fleet size and mix vehicle routing problem. **Computer & Operation Research**, v. 11, n. 1 p. 49-66, 1984.

GOLDEN, BL.; RAGHAVAN, S.; WASIL, E.A. **The vehicle routing problem: latest advances and new challenges**. Springer Science & Business Media, 2008.

HO, S.C.; HAUGLAND, D. A tabu search heuristic for the vehicle routing problem with time windows and split deliveries. **Computer & Operations Research**, v. 31, p. 1947-1964, 2004.

IRNICH, S.; TOTH, P.; VIGO, D. The family of vehicle routing problem. In: TOTH, P.; VIGO, D. (Coord.) **Vehicle Routing: problems, methods, and applications**. 2ed. Mathematical Optimization Society. Philadelphia, 2014. p.1-34.

IRNICH, S.; SCHNEIDER, M.; VIGO, D. For variants of vehicle routing problem. In: TOTH, P.; VIGO, D. (Coord.) **Vehicle Routing: problems, methods, and applications**. 2ed. Mathematical Optimization Society. Philadelphia, 2014. p.241-360.

JUNQUEIRA, L. **Modelos e algoritmos para problemas integrados de roteamento e carregamento de veículos**. 2013. 228f. (Doutorado em Engenharia de Produção) - Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos – SP, 2013.

KOCHETOV, Y.A.; KHMELEV, A.V. A hybrid algorithm of local search for the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem. **Journal of Applied and Industrial Mathematics**, Dordrecht, v. 9, n. 4, p. 503-518, 10 2015.

KOÇ, Ç.; BEKTAS, T., JABALI, O. e LAPORTE, G. Thirty years of heterogeneous vehicle routing. **European Journal of Operational Research**, n. 15, p. 9-22, 2015.

LAPORTE, G. Fifty years of vehicle routing. **Transportation Science**, v. 43, n. 4, p. 408-416, 2009.

LAPORTE, G.; OSMAN, I.H. Routing Problem: A bibliography. **Annals of Operations Research**, v. 61, p. 277-262, 1995.

LAPORTE, G.; GENDREAU, M.; POTVIN, J.Y.; SEMET, F. Classical and modern heuristics for the vehicle routing problem. **International Transaction in Operational Research**, v. 7, n. 4/5, p. 285-00, 2000.

LIU, F.H.; SHEN, S.Y. The fleet size and mix vehicle routing routing problem with time windows. **Journal of Operation Research Society**, v. 50, n. 7, p. 721-723, 1999.

MARTINS, R.A. Abordagens quantitativa e qualitativa. In: CAUCHICK MIGUEL, P.A.C. (Coord.). **Metodologia de pesquisa em Engenharia de Produção e Gestão de Operações**. 2.ed. São Paulo: Elsevier, 2012.

MORABITO NETO, R.; PUREZA, V. **Modelagem e simulação**. In: MIGUEL, P.A.C. (Coord.). **Metodologia de pesquisa em Engenharia de Produção e Gestão de Operações**. 2. Ed. São Paulo: Elsevier, 2012.

NOVAES, A.G. **Logística e gerenciamento da cadeia de distribuição**. 2ed. Rio de Janeiro: Campus, 2004.

OLIVEIRA, R. M.; SANTOS, R. Problema de Roteamento com Janelas de Tempo: Uma Abordagem via Geração de Colunas. **XL Anais do Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Setembro**, 2008.

RONEN, D. Perspective on practical aspects of trucks routing and scheduling. **European Journal of Operational Research**, v. 35, n. 2, p. 137-145, 1988.

SILVA, M.M.; SUBRAMANIAN, A.; OCHI, L.S. An iterated local search heuristic for the split delivery vehicle routing problem. **Computers & Operations Research**, v. 53, p. 234, 2015.

SILVA, A. F.; MARINS, F. A. S. Revisão da literatura sobre modelos de Programação por Metas determinística e sob incerteza. São Paulo, 2015. Disponível em: <<http://www.uacm.kirj.redalyc.org/articulo.oa?id=396742060008>> Acesso em: 06 jun. 2017.

SOLOMON, M.M. On the worst-case performance of some heuristics for the vehicle routing and scheduling with time windows constraints. **Networks**, v. 16, n. 2, p. 161-174, 1986.

SOLOMON, M. M. Algorithms for the Vehicle Routing and Scheduling Problems with Time Windows Constraints. **Operations Research**, v. 35, n. 2, p. 254-265, 1987.

SOLOMON, M.M.; DESROSIERS, J. Time windows constrained routing and scheduling problems. **Transportation Science**, v. 22, n. 1, p. 1-13, 1988.

SOYSTER, A. L. Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming. **Operations Research**, v. 21, p. 1154-1157, 1973.

SCHWARZE, S. Pricing strategies for the site-dependent vehicle routing problem. **OR Spectrum**, Heidelberg, v. 38, n. 1, p. 137-173, 01 2016.

TAILLARD, E.D. A heuristic column generation method for the heterogeneous fleet VRP. **RAIRO Recherche Opérationnelle**, v. 33, n. 1, p. 1-14, 1999.

TARANTILIS, C.D.; KIRANOUDIS, C.T.; VASSILIADIS, V.S. A threshold accepting metaheuristic for the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem. **European Journal of Operational Research**, v. 152, n. 1, p. 148-158, 2004.

TOTH, P.; VIGO, D. Vehicle routing: problems, methods, and applications. **Society for Industrial and Applied Mathematics**, 2ed. Mathematical Optimization Society. Philadelphia, 2014.

8. APÊNDICE 1. MODELO EM GAMS PARA O HFFVRP

*HF_Matriz

OPTION OPTCR = 0.0, ITERLIM = 1000000000, RESLIM = 21600;

OPTION limrow = 100000, limcol = 100000;

SETS

i clientes //

k tipo de veiculos //;

ALIAS (i,j);

PARAMETERS

V(k) quantidade de veiculos do tipo k

//,

Q(k) capacidade do veiculo k

//,

CF(k) custo fixo do veiculo k

//,

CV(k) custo variavel do veiculo k

//,

D(i) demanda do cliente i

//;

TABLE

c(i,j) Matriz de distancias

;

PARAMETER M soma de todas as demandas /0/;

LOOP((i),

M = M + d(i);

);

DISPLAY M;

VARIABLES

x(i,j,k) se o veiculo k percorre o arco i j

y(i,j,k) quantidade de carga transportada de i para j pelo veiculo k

z custo total do transporte realizado;

binary variable x;

positive variable y;

LOOP((i,j,k),

IF (ORD(j) = CARD(j),

y.fx(i,j,k) = 0;

);

);

LOOP ((i,j,k)\$(D(i) + D(j) > Q(k)),

x.fx (i,j,k) = 0;

y.fx (i,j,k) = 0;

);

LOOP((i,j,k),

IF (ORD(i) = ORD(j) OR ORD(j) = 1 OR ORD(i) = CARD(i),

x.fx(i,j,k) = 0;

y.fx(i,j,k) = 0;

);

);

EQUATIONS

FO funcao objetivo,

R2(k) garante que a quantidade de veiculos nao sera excedida

R3(j) garante que cada cliente sera visitado ao menos uma vez

R4(j,k) conservacao de fluxo do veiculo

R5(j) restricao de fluxo de carga

R6(j,k) garante que a capacidade do veiculo nao sera excedida

R7(i,j,k) garante que o fluxo de carga no veiculo que percorre o arco;

FO..z =e= SUM(k, SUM(j\$(ORD(j) <> 1), CF(k)*x('1',j,k))) + SUM(k, SUM(i, SUM(j\$(ORD(j) <> ORD(i)), CV(k)*c(i,j)*x(i,j,k))));

R2(k)..SUM(j\$(ORD(j) <> 1 AND ORD(j) <> CARD(j)), x('1',j,k))=L= V(k);

R3(j)\$(ORD(j) <> 1 AND ORD(j) <> CARD(j)).. SUM(k, SUM(i \$(ORD(i) <> ORD(j)),
x(i,j,k))) =e= 1;

R4(j,k)\$(ORD(j) <> 1 AND ORD(j) <> CARD(j)).. SUM(i\$(ORD(i) <> ORD(j) AND ORD(i)
<> CARD(i)), x(i,j,k)) - SUM(i\$(ORD(i) <> ORD(j) AND ORD(i) <> 1), x(j,i,k)) =e= 0;

R5(j)\$(ORD(j) <> 1 AND ORD(j) <> CARD(j)).. SUM(k, SUM(i\$(ORD(i) <> ORD(j) AND
ORD(i) <> CARD(i)), y(i,j,k))) - SUM(k, SUM(i\$(ORD(i) <> ORD(j) AND ORD(i) <> 1),
y(j,i,k))) =e= D(j);

R6(j,k)\$(ORD(j) <> 1 AND ORD(j) <> CARD(j)).. y('1',j,k) =L= Q(k)*x('1',j,k);

R7(i,j,k)\$(ORD(i) <> ORD(j)).. y(i,j,k) =L= M*x(i,j,k);

model HF_Matriz/all/;

HF_Matriz.optfile = 1;

OPTION MIP = CPLEX;

solve HF_Matriz using MIP minimizing z;

OPTION x:5:0:5,y:5:0:5;

DISPLAY z.l,z.m,x.l,x.m,y.l,y.m;

PARAMETER DistTotal /0/;

LOOP((i,j,k),

 IF (x.l(i,j,k) = 1,

 DistTotal = DistTotal + c(i,j);

);

);

DISPLAY DistTotal;

9. APÊNDICE 2. MODELO EM GAMS PARA O HFFVRPTW

*HF_Matriz

OPTION OPTCR = 0.0, ITERLIM = 1000000000, RESLIM = 21600;

OPTION limrow = 100000, limcol = 100000;

SETS

i clientes //

k tipo de veiculos //;

ALIAS (i,j);

PARAMETERS

V(k) quantidade de veiculos do tipo k

//,

Q(k) capacidade do veiculo k

//,

CF(k) custo fixo do veiculo k

//,

CV(k) custo variavel do veiculo k

//,

D(i) demanda do cliente i

//;

e(i) inicio da janela de tempo de atendimento ao cliente i

//,

l(i) fim da janela de tempo de atendimento ao cliente i

//,

s(i) tempo de servico no cliente i

//;

TABLE

c(i,j) Matriz de distancias

;

TABLE

t(i,j) Matriz de tempos

;

PARAMETER M soma de todas as demandas /0/;

LOOP((i),

$M = M + d(i);$

);

DISPLAY M;

PARAMETER N(i,j) Numero suficientemente grande

LOOP((i,j)\$(ORD(i)<>ORD(j)),

$N(i,j) = l(i) + s(i) + t(i,j) - e(j);$

$N(i,j) = \max(N(i,j), 0);$

);

VARIABLES

x(i,j,k) se o veiculo k percorre o arco i j

y(i,j,k) quantidade de carga transportada de i para j pelo veiculo k

b(i,k) momento de inicio do serviço no cliente i pelo veiculo k

z custo total do transporte realizado;

binary variable x;

positive variable y,b;

LOOP((i,j,k),

IF (ORD(j) = CARD(j),

$y.fx(i,j,k) = 0;$

);

);

LOOP ((i,j,k)\$(D(i) + D(j) > Q(k)),

$x.fx(i,j,k) = 0;$

$y.fx(i,j,k) = 0;$

);

LOOP((i,j,k),

IF (ORD(i) = ORD(j) OR ORD(j) = 1 OR ORD(i) = CARD(i),

$x.fx(i,j,k) = 0;$

$y.fx(i,j,k) = 0;$

);

```

);
LOOP ((i,j,k)$(e(i) + s(i) + t(i,j) > l(j)),
      x.fx (i,j,k) = 0;
      y.fx (i,j,k) = 0;
);

```

EQUATIONS

FO funcao objetivo,

R2(k) garante que a quantidade de veiculos nao sera excedida

R3(j) garante que cada cliente sera visitado ao menos uma vez

R4(j,k) conservacao de fluxo do veículo

R5(j) restricao de fluxo de carga

R6(j,k) garante que a capacidade do veiculo nao sera excedida

R7(i,j,k) garante que o fluxo de carga no veiculo que percorre o arco

R8(i,j,k) garante o tempo minimo de atendimento do cliente e eliminacao de subtours

R9(j,k) garante o cumprimento da janela de tempo

R10(j,k) garante o cumprimento da janela de tempo;

$$FO..z = e = \text{SUM}(k, \text{SUM}(j \$(ORD(j) \<> 1), CF(k)*x('1',j,k))) + \text{SUM}(k, \text{SUM}(i, \text{SUM}(j \$(ORD(j) \<> ORD(i)), CV(k)*c(i,j)*x(i,j,k))));$$

$$R2(k).. \text{SUM}(j \$(ORD(j) \<> 1 \text{ AND } ORD(j) \<> CARD(j)), x('1',j,k)) = L = V(k);$$

$$R3(j) \$(ORD(j) \<> 1 \text{ AND } ORD(j) \<> CARD(j)).. \text{SUM}(k, \text{SUM}(i \$(ORD(i) \<> ORD(j)), x(i,j,k))) = e = 1;$$

$$R4(j,k) \$(ORD(j) \<> 1 \text{ AND } ORD(j) \<> CARD(j)).. \text{SUM}(i \$(ORD(i) \<> ORD(j) \text{ AND } ORD(i) \<> CARD(i)), x(i,j,k)) - \text{SUM}(i \$(ORD(i) \<> ORD(j) \text{ AND } ORD(i) \<> 1), x(j,i,k)) = e = 0;$$

$$R5(j) \$(ORD(j) \<> 1 \text{ AND } ORD(j) \<> CARD(j)).. \text{SUM}(k, \text{SUM}(i \$(ORD(i) \<> ORD(j) \text{ AND } ORD(i) \<> CARD(i)), y(i,j,k))) - \text{SUM}(k, \text{SUM}(i \$(ORD(i) \<> ORD(j) \text{ AND } ORD(i) \<> 1), y(j,i,k))) = e = D(j);$$

$$R6(j,k) \$(ORD(j) \<> 1 \text{ AND } ORD(j) \<> CARD(j)).. y('1',j,k) = L = Q(k)*x('1',j,k);$$

R7(i,j,k)\$ (ORD(i) <> ORD(j)).. y(i,j,k) =L= M*x(i,j,k);

R8(i,j,k)\$ (ORD(i) <> ORD(j)).. b(i,k)+s(i)+t(i,j)-(N(i,j)*(1-x(i,j,k))) =L= b(j,k);

R9(j,k).. e(j) =L= b(j,k);

R10(j,k).. b(j,k) =L= l(j);

model HF_Matriz/all/;

HF_Matriz.optfile = 1;

OPTION MIP = CPLEX;

solve HF_Matriz using MIP minimizing z;

OPTION x:5:0:5,y:5:0:5,b:5:0:5;

DISPLAY z.l,z.m,x.l,x.m,y.l,y.m,b.l,b.m;

PARAMETER DistTotal /0/;

LOOP((i,j,k),

 IF (x.l(i,j,k) = 1,

 DistTotal = DistTotal + c(i,j);

);

);

DISPLAY DistTotal;

10. APÊNDICE 3. MODELO EM GAMS PARA O HFFVRPTWSD

*HF_Matriz

OPTION OPTCR = 0.0, ITERLIM = 1000000000, RESLIM = 21600;

OPTION limrow = 100000, limcol = 100000;

SETS

i clientes //

k tipo de veiculos //;

ALIAS (i,j);

PARAMETERS

V(k) quantidade de veiculos do tipo k

//,

Q(k) capacidade do veiculo k

//,

CF(k) custo fixo do veiculo k

//,

CV(k) custo variavel do veiculo k

//,

D(i) demanda do cliente i

//;

e(i) inicio da janela de tempo de atendimento ao cliente i

//,

l(i) fim da janela de tempo de atendimento ao cliente i

//,

s(i) tempo de servico no cliente i

//;

TABLE

c(i,j) Matriz de distancias

;

TABLE

t(i,j) Matriz de tempos

;

PARAMETER M soma de todas as demandas /0/;

LOOP((i,

$M = M + d(i);$

);

DISPLAY M;

PARAMETER N(i,j) Numero suficientemente grande

LOOP((i,j)\$ (ORD(i) <> ORD(j)),

$N(i,j) = l(i) + s(i) + t(i,j) - e(j);$

$N(i,j) = \max(N(i,j), 0);$

);

VARIABLES

x(i,j,k) se o veiculo k percorre o arco i j

y(i,j,k) quantidade de carga transportada de i para j pelo veiculo k

b(i,k) momento de inicio do serviço no cliente i pelo veiculo k

p(i,k) porcao de carga do cliente i entregue pelo veiculo k

z custo total do transporte realizado;

binary variable x;

positive variable y,b,p;

LOOP((i,j,k),

IF (ORD(j) = CARD(j),

$y.fx(i,j,k) = 0;$

);

);

LOOP((i,j,k),

IF (ORD(i) = ORD(j) OR ORD(j) = 1 OR ORD(i) = CARD(i),

$x.fx(i,j,k) = 0;$

$y.fx(i,j,k) = 0;$

);

);

LOOP ((i,j,k)\$ (e(i) + s(i) + t(i,j) > l(j)),

$x.fx(i,j,k) = 0;$
 $y.fx(i,j,k) = 0;$
);

EQUATIONS

FO funcao objetivo,

R2(k) garante que a quantidade de veiculos nao sera excedida

R3(j,k) garante que cada cliente sera visitado ao menos uma vez

R4(j,k) conservacao de fluxo do veículo

R5(j,k) restricao de fluxo de carga

R5b(j) garante que toda a demanda do cliente será atendida

R6(j,k) garante que a capacidade do veiculo nao sera excedida

R7(i,j,k) garante que o fluxo de carga no veiculo que percorre o arco

R8(i,j,k) garante o tempo minimo de atendimento do cliente e eliminacao de subtours

R9(j,k) garante o cumprimento da janela de tempo

R10(j,k) garante o cumprimento da janela de tempo;

$FO..z = e = \sum(k, \sum(j \$(ORD(j) \leq 1), CF(k)*x('1',j,k))) + \sum(k, \sum(i, \sum(j \$(ORD(j) \leq ORD(i)), CV(k)*c(i,j)*x(i,j,k))));$

$R2(k).. \sum(j \$(ORD(j) \leq 1 \text{ AND } ORD(j) \leq CARD(j)), x('1',j,k)) = L = V(k);$

$R3(j,k) \$(ORD(j) \leq 1 \text{ AND } ORD(j) \leq CARD(j)).. \sum(i \$(ORD(i) \leq ORD(j) \text{ AND } ORD(i) \leq CARD(i)), x(i,j,k)) = L = 1;$

$R4(j,k) \$(ORD(j) \leq 1 \text{ AND } ORD(j) \leq CARD(j)).. \sum(i \$(ORD(i) \leq ORD(j) \text{ AND } ORD(i) \leq CARD(i)), x(i,j,k)) - \sum(i \$(ORD(i) \leq ORD(j) \text{ AND } ORD(i) \leq 1), x(j,i,k)) = e = 0;$

$R5(j,k) \$(ORD(j) \leq 1 \text{ AND } ORD(j) \leq CARD(j)).. \sum(i \$(ORD(i) \leq ORD(j) \text{ AND } ORD(i) \leq CARD(i)), y(i,j,k)) - \sum(i \$(ORD(i) \leq ORD(j) \text{ AND } ORD(i) \leq 1), y(j,i,k)) = e = p(j,k);$

$R5b(j) \$(ORD(j) \leq 1 \text{ AND } ORD(j) \leq CARD(j)).. \sum(k, p(j,k)) = e = D(j);$

$R6(j,k) \$(ORD(j) \leq 1 \text{ AND } ORD(j) \leq CARD(j)).. y('1',j,k) = L = Q(k)*x('1',j,k);$

R7(i,j,k)\$ (ORD(i) <> ORD(j)).. y(i,j,k) =L= M*x(i,j,k);

R8(i,j,k)\$ (ORD(i) <> ORD(j)).. b(i,k)+s(i)+t(i,j)-(N(i,j)*(1-x(i,j,k))) =L= b(j,k);

R9(j,k).. e(j) =L= b(j,k);

R10(j,k).. b(j,k) =L= l(j);

model HF_Matriz/all/;

HF_Matriz.optfile = 1;

OPTION MIP = CPLEX;

solve HF_Matriz using MIP minimizing z;

OPTION x:5:0:5,y:5:0:5,p:5:0:5,b:5:0:5;

DISPLAY z.l,z.m,x.l,x.m,y.l,y.m,p.l,p.m,b.l,b.m;

PARAMETER DistTotal /0/;

LOOP((i,j,k),

 IF (x.l(i,j,k) = 1,

 DistTotal = DistTotal + c(i,j);

);

);

DISPLAY DistTotal;

11. APÊNDICE 4. MODELO EM GAMS PARA O SDHFFVRPTWSD

*HF_Matriz

OPTION OPTCR = 0.0, ITERLIM = 1000000000, RESLIM = 21600;

OPTION limrow = 100000, limcol = 100000;

SETS

i clientes //

k tipo de veiculos //;

ALIAS (i,j);

PARAMETERS

V(k) quantidade de veiculos do tipo k

//,

Q(k) capacidade do veiculo k

//,

CF(k) custo fixo do veiculo k

//,

CV(k) custo variavel do veiculo k

//,

D(i) demanda do cliente i

//;

e(i) inicio da janela de tempo de atendimento ao cliente i

//,

l(i) fim da janela de tempo de atendimento ao cliente i

//,

s(i) tempo de servico no cliente i

//;

TABLE

c(i,j) Matriz de distancias

;

TABLE

t(i,j) Matriz de tempos

PARAMETER M soma de todas as demandas /0/;

LOOP((i),

$M = M + d(i);$

);

DISPLAY M;

PARAMETER N(i,j) Numero suficientemente grande

LOOP((i,j)\$ (ORD(i) <> ORD(j)),

$N(i,j) = l(i) + s(i) + t(i,j) - e(j);$

$N(i,j) = \max(N(i,j), 0);$

);

VARIABLES

x(i,j,k) se o veiculo k percorre o arco i j

y(i,j,k) quantidade de carga transportada de i para j pelo veiculo k

b(i,k) momento de inicio do serviço no cliente i pelo veiculo k

p(i,k) porcao de carga do cliente i entregue pelo veiculo k

z custo total do transporte realizado;

binary variable x;

positive variable y,b,p;

LOOP((i,j,k),

IF (ORD(j) = CARD(j),

$y.fx(i,j,k) = 0;$

);

);

LOOP((i,j,k),

IF (ORD(i) = ORD(j) OR ORD(j) = 1 OR ORD(i) = CARD(i),

$x.fx(i,j,k) = 0;$

$y.fx(i,j,k) = 0;$

);

);

LOOP ((i,j,k)\$ (e(i) + s(i) + t(i,j) > l(j)),

$x.fx(i,j,k) = 0;$

```

        y.fx (i,j,k) = 0;
    );

```

\$ontext

CLIENTES ATENDIDOS SOMENTE PELO TIPO 1

\$offtext

```

LOOP((i)$ (ORD(i)<> j),
    x.fx(i,'j','2') = 0; x.fx('i',j,'2') = 0;
    x.fx(i,'j','3') = 0; x.fx('i',j,'3') = 0;
    x.fx(i,'j','4') = 0; x.fx('j',i,'4') = 0;
);

```

\$ontext

CLIENTES ATENDIDOS SOMENTE PELOS TIPOS 1 E 2

\$offtext

```

LOOP((i)$ (ORD(i)<> j),
    x.fx(i,'j','3') = 0; x.fx('j',i,'3') = 0;
    x.fx(i,'j','4') = 0; x.fx('j',i,'4') = 0;
);

```

\$ontext

CLIENTES ATENDIDOS SOMENTE PELOS TIPOS 1, 2 e 3

\$offtext

```

LOOP((i)$ (ORD(i)<> j),
    x.fx(i,'j','4') = 0; x.fx('j',i,'4') = 0;
);

```

EQUATIONS

FO funcao objetivo,

R2(k) garante que a quantidade de veiculos nao sera excedida

R3(j,k) garante que cada cliente sera visitado ao menos uma vez

R4(j,k) conservacao de fluxo do veículo

R5(j,k) restricao de fluxo de carga

R5b(j) garante que toda a demanda do cliente será atendida

R6(j,k) garante que a capacidade do veiculo nao sera excedida

R7(i,j,k) garante que o fluxo de carga no veiculo que percorre o arco

R8(i,j,k) garante o tempo minimo de atendimento do cliente e eliminacao de subtours

R9(j,k) garante o cumprimento da janela de tempo

R10(j,k) garante o cumprimento da janela de tempo;

$FO..z = \sum_k (\sum_j (\text{ORD}(j) \neq 1), CF(k) * x('1',j,k))) + \sum_k (\sum_i (\sum_j (\text{ORD}(j) \neq \text{ORD}(i)), CV(k) * c(i,j) * x(i,j,k))));$

$R2(k) \cdot \sum_j (\text{ORD}(j) \neq 1 \text{ AND } \text{ORD}(j) \neq \text{CARD}(j)), x('1',j,k)) = L = V(k);$

$R3(j,k) \cdot (\text{ORD}(j) \neq 1 \text{ AND } \text{ORD}(j) \neq \text{CARD}(j)) \cdot \sum_i (\text{ORD}(i) \neq \text{ORD}(j) \text{ AND } \text{ORD}(i) \neq \text{CARD}(i)), x(i,j,k)) = L = 1;$

$R4(j,k) \cdot (\text{ORD}(j) \neq 1 \text{ AND } \text{ORD}(j) \neq \text{CARD}(j)) \cdot \sum_i (\text{ORD}(i) \neq \text{ORD}(j) \text{ AND } \text{ORD}(i) \neq \text{CARD}(i)), x(i,j,k)) - \sum_i (\text{ORD}(i) \neq \text{ORD}(j) \text{ AND } \text{ORD}(i) \neq 1), x(j,i,k)) = e = 0;$

$R5(j,k) \cdot (\text{ORD}(j) \neq 1 \text{ AND } \text{ORD}(j) \neq \text{CARD}(j)) \cdot \sum_i (\text{ORD}(i) \neq \text{ORD}(j) \text{ AND } \text{ORD}(i) \neq \text{CARD}(i)), y(i,j,k)) - \sum_i (\text{ORD}(i) \neq \text{ORD}(j) \text{ AND } \text{ORD}(i) \neq 1), y(j,i,k)) = e = p(j,k);$

$R5b(j) \cdot (\text{ORD}(j) \neq 1 \text{ AND } \text{ORD}(j) \neq \text{CARD}(j)) \cdot \sum_k (p(j,k)) = e = D(j);$

$R6(j,k) \cdot (\text{ORD}(j) \neq 1 \text{ AND } \text{ORD}(j) \neq \text{CARD}(j)) \cdot y('1',j,k) = L = Q(k) * x('1',j,k);$

$R7(i,j,k) \cdot (\text{ORD}(i) \neq \text{ORD}(j)) \cdot y(i,j,k) = L = M * x(i,j,k);$

$R8(i,j,k) \cdot (\text{ORD}(i) \neq \text{ORD}(j)) \cdot b(i,k) + s(i) + t(i,j) - (N(i,j) * (1 - x(i,j,k))) = L = b(j,k);$

$R9(j,k) \cdot e(j) = L = b(j,k);$

$R10(j,k) \cdot b(j,k) = L = l(j);$


```

model HF_Matriz/all/;
HF_Matriz.optfile = 1;
OPTION MIP = CPLEX;
solve HF_Matriz using MIP minimizing z;
OPTION x:5:0:5,y:5:0:5,p:5:0:5,b:5:0:5;
DISPLAY z.l,z.m,x.l,x.m,y.l,y.m,p.l,p.m,b.l,b.m;

```

```

PARAMETER DistTotal /0/;
LOOP((i,j,k),
    IF (x.l(i,j,k) = 1,
        DistTotal = DistTotal + c(i,j);
    );
);
DISPLAY DistTotal;

```