

**UNIVERSIDADE NOVE DE JULHO – UNINOVE  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO – PPGE**

**DO “BAGULHO” AO ENUNCIADO: UMA CONTRIBUIÇÃO PARA A ATUAÇÃO  
DE PROFESSORES DO ENSINO BÁSICO DIANTE DE ALGUMAS  
DIFICULDADES NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA..**

**ADELAIDE GIAQUINTO**

**SÃO PAULO**

**2003**

**ADELAIDE GIAQUINTO**

**DO “BAGULHO” AO ENUNCIADO: UMA CONTRIBUIÇÃO PARA A ATUAÇÃO  
DE PROFESSORES DO ENSINO BÁSICO DIANTE DE ALGUMAS  
DIFICULDADES NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA.**

Dissertação apresentada como exigência para  
obtenção do grau de Mestre em Educação à  
Comissão Julgadora da Universidade Nove de  
Julho

Orientador:: Prof.. Dr. Jair Militão da Silva

**SÃO PAULO**

**2003**

“Ah, prometo àqueles meus professores desiludidos que na próxima vida eu vou ser um grande matemático. Porque a Matemática é o único pensamento sem dor” (Quintana, M., 1986:49).

## **AGRADECIMENTOS**

Ao Mestre Jair Militão da Silva, pelo seu incansável incentivo.

Às Irmãs do Colégio Nossa Senhora da Misericórdia que, permitiram e apoiaram a elaboração desta pesquisa.

À Coordenadora Pedagógica Nilte Bianchini, pela colaboração e amizade.

À minha mãe, meu eterno agradecimento por seu amor.

Ao meu filho Mateus, razão de minha vida.

À amiga Nanci Prieto, minha companheira fiel de todas os momentos.

## ÍNDICE GERAL

<b>Lista de Figuras</b> .....	vi
<b>Lista de Tabelas</b> .....	vi
<b>Introdução</b> .....	1
<b>Capítulo 1</b> .....	6
1.1. Quadro cronológico da presença das Irmãs Filhas da Misericórdia em Osasco .....	6
1.2. O Bairro .....	7
1.3. A estrutura escolar .....	7
1.3.1. A estrutura didática .....	8
1.3.2. A estrutura administrativa .....	13
1.3.3. A estrutura disciplinar .....	13
1.4. O sistema de avaliação do colégio Nossa Senhora da Misericórdia .....	15
1.4.1. Os alunos .....	17
1.4.2. A professora .....	20
<b>Capítulo 2</b> .....	22
2.1. O que é a matemática?.....	22
2.2. O que é um problema matemático? .....	25
2.3. A rede de conhecimento e significados .....	25
2.4. A matemática e a língua materna .....	29
2.5. A linguagem formal .....	30
2.6. A linguagem materna .....	32
2.7. A importância da linguagem .....	35
2.8. O que é a linguagem .....	36
2.9. A lingüística e a linguagem .....	36
2.10. A linguagem simbólica e a linguagem conceitual .....	39
2.11. O signo matemático na criança .....	40
2.12. A lógica matemática .....	42
2.13. A linguagem e a metalinguagem .....	45

<b>Capítulo 3</b> .....	47
3.1. O ensino da matemática .....	47
3.2. A questão epistemológica .....	50
3.3. A questão lógica .....	55
3.4. A pedagogia .....	59
3.5. As aulas no colégio Nossa Senhora da Misericórdia .....	62
<b>Capítulo 4</b> .....	69
4.1. As soluções teóricas .....	69
4.2. As soluções práticas .....	72
<b>Capítulo 5</b> .....	77
Considerações finais .....	77
<b>Referências Bibliográficas</b> .....	80

### **Lista de Figuras**

Figura 1 – Cronologia do colégio das Irmãs Filhas da Misericórdia em Osasco .....	6
Figura 2 - Níveis de tratamento de um problema .....	58
Figura 3- Cálculo da hipotenusa de um triângulo .....	64

### **Lista de Tabelas**

Tabela 1 - Dimensão vertical do colégio Nossa Senhora da Misericórdia .....	9
Tabela 2 – Componentes curriculares do colégio Nossa Senhora da Misericórdia .....	11
Tabela 3 - Disciplinas obrigatórias do colégio Nossa Senhora da Misericórdia .....	12
Tabela 4 – Número de alunos matriculados por série no ano 2000 .....	18
Tabela 5 - Ano de nascimento dos alunos de 5 <sup>a</sup> a 8 <sup>a</sup> série .....	18
Tabela 6 – Número de alunos matriculados por série e sexo .....	19
Tabela 7 - Recuperação final em matemática no ano 2000 .....	19
Tabela 8 - Total de alunos promovidos no ano 2000 .....	19

## INTRODUÇÃO

O objetivo do presente estudo é identificar e analisar as dificuldades que os alunos do Ensino Fundamental, enfrentam na aprendizagem da Matemática, em uma escola particular.

Lecionando esta disciplina por mais de quinze anos, sempre me preocupei com tais dificuldades, sobretudo porque não se apresentam como dificuldades específicas apenas da 5ª série, mas também nas séries subseqüentes de 6ª, 7ª e 8ª do Ensino Fundamental, estendendo-se para o Ensino Médio, chegando mesmo alcançar os cursos de graduação do Ensino Superior.

Comecei a lecionar em 1985, ainda estudante, na Escola Estadual de 1º Grau “Professor Benedito Caldeira”, em Osasco.

Em 1986, fui admitida como professora de Matemática na Escola de 1º e 2º Graus “Nossa Senhora da Misericórdia”, campo de estudo desta minha dissertação e onde leciono até hoje.

Em 1987 concluí o curso de Matemática na Faculdade Oswaldo Cruz em São Paulo.

Em 1993, fui admitida também como professora de Matemática, no Curso de Administração de Empresas, das Faculdades Metropolitanas Unidas (FMU), lecionando ali até junho de 2000.

Desde 1985 venho atuando nas escolas acima mencionadas que muito me ajudaram a enriquecer minha vida profissional, pois pude ter experiência em escolas públicas e particulares como: Escola Estadual de 1º Grau Profº Benedito Caldeira, Colégio Nossa Senhora da Misericórdia e Faculdades Metropolitanas Unidas – FMU.



Durante esse período de trabalho docente algumas questões me chamaram a atenção.

- a) Por que os alunos têm tantas dificuldades em resolver um problema de matemática?
- b) Por que “torcem o nariz” ao pedido do professor para ler o enunciado do problema?
- c) Será que o professor está preparado para ensinar a Matemática?
- d) O que o professor pode fazer para motivar o aluno a pensar e a usar o raciocínio lógico?

Essas são algumas questões que me inquietavam, em sala de aula, enquanto professora de Matemática. No curso de mestrado do Centro Universitário Nove de Julho – UNINOVE, tive a oportunidade de poder buscar respostas às questões do meu “que fazer” em sala de aula frente aos problemas aqui referidos.

Para a composição desta dissertação, as disciplinas cursadas no Mestrado contribuíram para dar uma visão global e específica de um mesmo assunto, referente ao estudo de diferentes aspectos e questões pertinentes à educação brasileira.

O dia-a-dia da minha prática docente, agora por ocasião do desenvolvimento desse trabalho, me permitiu fazer leitura de forma mais sistematizada da realidade escolar.

Há quase 17 anos, lecionando na escola Nossa Senhora da Misericórdia, com alunos de 5ª série do Ensino Fundamental, as principais dificuldades enfrentadas pelos alunos e observadas pela pesquisadora são:

- a) O aumento do número de professores, a que ficam expostos os alunos da 5ª série, pois de 1ª a 4ª série, os alunos possuem um número menor de disciplinas.
- b) Mudança no horário de estudo, pois a 5ª série só funciona no período da manhã (7h00 às 12h15), enquanto de 1ª a 4ª série é no período da tarde (13h00 às 17h15).

- c) Ansiedade dos pais, já que eles também sofrem com as mudanças na vida dos filhos.
- d) Dificuldades em ler e interpretar o enunciado dos problemas, ou seja, dificuldades na linguagem matemática, já que o aluno terá que transformar esse enunciado para o campo matemático do raciocínio lógico.

Nesta dissertação, esta última dificuldade exposta acima, é o problema abordado e estudado: o uso da língua portuguesa e da língua materna do aluno, como instrumento para a compreensão da ciência Matemática.

A pesquisadora acredita que este estudo, possa servir como ponto de partida aos colegas e professores que militam no Magistério, e que esta pesquisa os possa ajudar a melhorar o ensino da Matemática.

A definição do tema para a realização desta pesquisa teve como início questões pessoais, pois derivam de observação da realidade como professora de matemática que, tem esse tipo de preocupação. Quando professora de curso fundamental ou de curso universitário, defrontava-se constantemente com a dificuldade de encontrar linhas norteadoras para ensinar matemática e que fossem, sobretudo, pedagogicamente válidas.

Surgiu, então, a idéia de trabalhar efetivamente o problema: a aprendizagem da matemática no Ensino Fundamental.

Provavelmente essa idéia tenha se firmado não só por ter assumido, há alguns anos, a docência de curso de Matemática no ensino fundamental, mas também, por ter percebido que o referido problema não estava mais em âmbito tão restrito.

Este estudo objetivou estudar algumas dificuldades de aprendizagem de matemática em alunos de quinta série do ensino fundamental, do período matutino, do colégio Nossa Senhora da Misericórdia (particular), localizado no município de Osasco, SP, ou seja, buscou examinar as dificuldades em ler e interpretar o enunciado dos problemas

matemáticos, as dificuldades de interpretação da linguagem matemática, bem como o uso da língua materna do aluno, como instrumento para a compreensão da Matemática como disciplina exata.

Portanto, o que se buscou foi equacionar o seguinte problema:

- a) Como a compreensão da língua materna – no caso a portuguesa – pelo aluno interfere na leitura dos enunciados dos problemas matemáticos;
- b) Como criar condições para que ocorra uma correta compreensão dos enunciados, favorecendo uma aprendizagem adequada da matemática;

Para realizar este trabalho de investigação, buscou-se respostas em bibliografia geral sobre o ensino de matemática. O critério de escolha foi examinar o que os grandes matemáticos publicaram sobre a arte de resolver problemas.

Pretendeu a pesquisadora desenvolver uma análise dos livros que, à luz dos paradigmas teóricos, permitisse encontrar explicações para as suas inquietações e assim chegar a um diagnóstico esclarecedor da problemática na resolução de problemas matemáticos no Ensino Fundamental. Foi levada em consideração, a própria experiência e vivência profissional.

A pesquisa de campo desenvolvida na escola Nossa Senhora da Misericórdia, permitiu analisar dados das aulas de matemática sob responsabilidade da pesquisadora, de modo especial, os documentos que atestam o desempenho dos alunos.

Para desenvolver o presente trabalho, optou-se por iniciar o capítulo 1, situando o cenário onde foi embasado este estudo, apresentando o bairro, a escola, os alunos e a pesquisadora.

No capítulo 2, caracteriza-se a disciplina matemática, descrevendo-se algumas definições de grandes matemáticos e propostas para o ensino de matemática.

No capítulo 3, descreve como são as aulas de matemática lecionadas pela pesquisadora, e alguns problemas surgidos durante as aulas no colégio Nossa Senhora da Misericórdia.

No capítulo 4, relata-se as soluções encontradas no âmbito da teoria, embasado-se na bibliografia de autores, cujas linhas de pensamento contribuíram para a fundamentação teórica da pesquisa como também as soluções práticas.

## CAPÍTULO 1

Neste capítulo, a pesquisadora apresenta um quadro cronológico onde descreve brevemente a história de fundação do colégio Nossa Senhora da Misericórdia, situando o cenário, ou seja, o bairro, a comunidade, a escola, os alunos e a ela mesma como professora de matemática.

### 1.1. Quadro Cronológico da presença das Irmãs Filhas da Misericórdia em Osasco

24/ 05/ 1943	Chegada das irmãs à então Vila de Osasco.
15/ 07/ 1943	Início do “Curso Primário Fundamental”.
28/ 12/ 1943	Autorização do curso primário através do ato 619, sob o registro nº 1484.
1944	Conclusão das obras iniciais.
1944	Inauguração do “Curso Profissional”.
1945	Primeira formatura do Curso Profissional.
1946	Falecimento de Irmã Ester Pinto Martins, uma das fundadoras.
12/ 1951	Primeiros exames de admissão ao ginásio.
1952	Inicia-se o curso regular do antigo ginásio.
14/ 02/ 1955	Início do “Curso Normal”.
1961	Autorização de funcionamento do “Curso de Pré-Escola”.
1963 – 1965	Construção do Segundo pavimento do prédio escolar.
15/ 08/ 67	Criação do “Conservatório Musical Santa Rossello”.
1976	Criado o “Curso Técnico de Música”.
1976	Criado o Curso Colegial Regular de segundo grau.
1983	O curso de música passou a ser oferecido sob a forma de qualificação profissional.
1975 – 1978	Período de funcionamento de cursos noturnos como: “Técnico de Secretariado”, “Técnico de Química” e “ Cursos Supletivos de 1º e 2º Graus”.
1975	Instituído no período diurno o curso colegial de “Auxiliar de Laboratório de Análises Químicas”.
1983	Inauguradas as novas instalações destinadas ao “Curso de Pré-Escola”.

Figura 1 – Cronologia do colégio das Irmãs Filhas da Misericórdia em Osasco.

## **1.2. O Bairro**

A escola localiza-se num bairro misto (comercial e residencial), com uma população de classe sócio-econômica bastante heterogênea. Por estar localizada na grande São Paulo, na cidade de Osasco, a população geral, beneficia-se com grande número de transportes coletivos, o que vem facilitar sobremaneira a vinda dos alunos à escola. O nível de escolaridade, levando em consideração o número de habitantes, que é de 650.153 (dado da Prefeitura de Osasco), ainda é considerado baixo. A área total do município é de 68 Km<sup>2</sup>.

A Prefeitura de Osasco substituiu grande parte de seus terrenos baldios por praças iluminadas e vem investindo seu orçamento em cultura e lazer. Alguns ginásios de esporte foram reformados, além da construção do Centro cultural – Teatro de Osasco – situado na Avenida dos Autonomistas, em frente aos hipermercados: Carrefour e Wall Mart, duas empresas que já refletem grande arrecadação para os cofres públicos, além de atrair população de outras regiões.

## **1.3. A Estrutura Escolar**

No Colégio Nossa Senhora da Misericórdia a dimensão vertical é formada pela Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio Profissionalizante (Magistério).

O Colégio Nossa Senhora da Misericórdia, por ser uma escola construída na década de 40, conserva ainda traços da época, sendo que a direção preocupa-se muito com a preservação do imóvel, não descuidando da manutenção hidráulica e elétrica, assim como do mobiliário, pois boa parte é da mesma década.

A escola conta com trinta e uma dependências incluindo a biblioteca, o conservatório, laboratórios e sala de brinquedos. Somam-se oito as dependências administrativas, há também uma capela, ginásio de esportes coberto e outro descoberto.

A escola conta com 79 professores, além da Orientadora Educacional, 4 coordenadores e 2.078 alunos em sua totalidade, distribuídos nos três níveis do Ensino Básico, conforme dados extraídos do Regimento Escolar/2000.

A pesquisadora baseou-se no livro “Estrutura e Funcionamento da Educação Básica” do autor José Augusto Dias (1999), para descrever a estrutura escolar do Colégio Nossa Senhora da Misericórdia, na qual a Estrutura Escolar se divide em:

- Didática;
- Administrativa;
- Disciplinar.

A pesquisadora descreve a seguir, como este modelo de Estrutura Escolar foi adaptado ao Colégio Nossa Senhora da Misericórdia.

### **1.3.1. A Estrutura Didática**

A estrutura Didática é dividida em dois itens:

- Dimensão Vertical (graus de ensino);
- Dimensão Horizontal (modalidade de ensino).

A seguir, o quadro apresenta a dimensão vertical do Colégio Nossa Senhora da Misericórdia.

<b>Níveis de Ensino Básico</b>	<b>Idades/séries correspondentes</b>	<b>Número de alunos</b>
Educação Pré-escolar	4 anos – Pré I 5 anos – Pré II 6 anos – Pré III	388
Ensino Fundamental	7 a 14 anos (1ª à 8ª série)	1573
Ensino Médio (Normal)	15 a 18 anos	117
Total		2078

Tabela 1 - Dimensão vertical do Colégio Nossa Senhora da Misericórdia.

O horário de funcionamento da escola é das 7h00 às 17h15, dividido em dois turnos, sendo das 7h00 às 12h15 e das 13h00 às 17h15.

Cada aula tem a duração de cinquenta minutos no período matutino e vespertino. No período noturno a escola não funciona.

É prática do Colégio, o acompanhamento individual do aluno. Isso significa que o aluno recebe orientação educacional, aconselhamento, elogios e repreensões em todas as fases do seu desenvolvimento na escola e, se necessário, também os pais são chamados, extraordinariamente, para ouvir sobre seu /sua filho (a).

Essa atuação pedagógica permitiu, também, à Direção, através da orientadora educacional, perceber as dificuldades dos alunos na disciplina de Matemática.



No Colégio Nossa Senhora da Misericórdia são realizadas diversas reuniões pedagógicas, visando à integração dos professores de 1<sup>a</sup> a 4<sup>a</sup> série com os professores de 5<sup>a</sup> a 8<sup>a</sup> série.

Nessas reuniões, principalmente na época de planejamento de início de ano letivo, os professores de 5<sup>a</sup> a 8<sup>a</sup> série se reúnem - por área - com os professores de 1<sup>a</sup> a 4<sup>a</sup> série para discutirem os conteúdos a serem trabalhados com mais empenho e insistência com os alunos, como por exemplo, as quatro operações (soma, subtração, multiplicação e divisão de números decimais) e com isso, as repetições de conteúdos diminuem, principalmente em matemática.

As atividades são distribuídas em horário pedagógico, obedecendo ao número de aulas determinado na grade curricular, conforme tabela 2:

<b>1<sup>a</sup> a 4<sup>a</sup> série</b>				
<b>Componentes Curriculares</b>	<b>Número de aulas por série</b>			
	<b>1<sup>a</sup></b>	<b>2<sup>a</sup></b>	<b>3<sup>a</sup></b>	<b>4<sup>a</sup></b>
Língua Portuguesa	5	5	5	5
Estudos Sociais	4	4	4	4
Ciências Físicas e Biológicas e Programas de Saúde	2	2	2	2
Matemática	3	3	3	3
Educação Física	2	2	2	2
Educação Artística	1	1	1	1
Parte Diversificada Matérias de Livre Escolha (M.L.E.).				
Educação Religiosa	2	2	2	2
Língua Estrangeira Moderna – Inglês	1	1	1	1
Arte Musical	1	1	1	1
Informática	1	1	1	1

continua

continuação

<b>5ª à 8ª série</b>				
<b>Componentes Curriculares</b>	<b>Número de aulas por série</b>			
	<b>5ª</b>	<b>6ª</b>	<b>7ª</b>	<b>8ª</b>
Língua Portuguesa	5	5	5	5
História	2	2	2	2
Geografia	2	2	2	2
O.S.P.B.	3	3	3	1
Ciências Físicas e Biológicas	4	4	4	3
Matemática	2	2	2	4
Educação Física	2	2		2
Educação Artística				
Parte Diversificada Matérias de Livre Escolha (M.L.E.)				
Educação Religiosa	2	2	2	2
Língua Estrangeira Moderna – Inglês	2	2	2	2
Desenho			2	2
Comércio				1
Arte Musical	1	1	1	2
Informática	1	1	1	1
Orientação Educacional	1	1		
Estudos e Pesquisas – Biblioteca	1	1	1	

Tabela 2 – Componentes curriculares do Colégio Nossa Senhora da Misericórdia.

Atividades optativas para os alunos:

- a) Catequese: para alunos acima de 10 anos;
- b) Coral: para alunos a partir da 5ª série;
- c) Treinamento esportivo: alunos convocados pelos professores de Educação Física.

A tabela 3 apresenta as disciplinas obrigatórias (base comum) e as disciplinas que são consideradas atividades (parte diversificada).

<b>CURSO: ENSINO FUNDAMENTAL</b>										
<b>ANO LETIVO: 2000 – MÓDULO 40 – TURNO: DIURNO</b>										
<b>OSASCO-SP 1ª DELEGACIA DE ENSINO</b>										
<b>FUN- DA- MEN- TA- ÇÃO</b>	<b>B A S E C O M U M</b>	<b>COMPONENTES CURRICULARES</b>	<b>SÉRIES – CARGA HORÁRIA SEMANAL.</b>							
			<b>1ª</b>	<b>2ª</b>	<b>3ª</b>	<b>4ª</b>	<b>5ª</b>	<b>6ª</b>	<b>7ª</b>	<b>8ª</b>
		Língua Portuguesa	8	8	8	8	5	5	5	5
		História	1	1	1	1	2	3	2	2
		Geografia	1	1	1	1	2	2	2	2
		Ciências Naturais	2	2	2	2	3	3	3	3
		Matemática	7	7	7	7	5	5	5	5
		Educação Física	1	1	1	1	2	2	2	2
		Arte	1	1	1	1	2	2	2	2
		<b>TOTAL CARGA HORÁRIA – BASE COMUM</b>	<b>21</b>	<b>21</b>	<b>21</b>	<b>21</b>	<b>21</b>	<b>21</b>	<b>21</b>	<b>21</b>
<b>Lei 9394/ 96 e SE 4/98</b>	<b>PARTE DIVER- SIFICA- DA</b>	Educação Religiosa	1	1	1	1	2	2	2	2
		Língua Estrangeira – Inglês	1	1	1	1	2	2	2	2
		Língua Estrangeira – Espanhol							2	2
		Comércio								1
		Arte Musical	1	1	1	1	1	1	1	1
		Informática	1	1	1	1	1	1	1	1
		<b>TOTAL DE CARGA HORÁRIA – PARTE DIVERSIFICADA</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
		<b>CARGA HORÁRIA TOTAL</b>	<b>25</b>	<b>25</b>	<b>25</b>	<b>25</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>

Tabela 3 - Disciplinas obrigatórias do Colégio Nossa Senhora da Misericórdia.

### **1.3.2. Estrutura Administrativa**

A Estrutura Administrativa é formada da seguinte maneira:

- a) Diretora (indicada pela Congregação Religiosa Nossa Senhora da Misericórdia);
- b) Assistente de Diretora;
- c) Orientadora Educacional;
- d) Coordenadores:
  - 1) Pedagógico do Ensino Médio;
  - 2) Pedagógico do Ensino Fundamental – 5ª a 8ª série;
  - 3) Pedagógico do Ensino Fundamental – 1ª a 4ª série;
- e) Professores;
- f) Secretária;
- g) Tesoureira;
- h) Bibliotecária;
- i) Inspectores de alunos.

### **1.3.3. A Estrutura Disciplinar**

No Colégio Nossa Senhora da Misericórdia a duração de cada ano letivo é de 200 dias, com duração de 5 h15min diárias de estudo.

Os educadores das “Escolas Rossellianas” conhecem profundamente a grandeza da própria vocação à Misericórdia e procuram transformar-se interiormente para produzir, nas relações educativas, o amor misericordioso que lhes é indispensável e que constitui a mensagem messiânica do Evangelho.

A Meta Educacional Rosselliana visa fornecer a realização plena da pessoa segundo o plano de Deus, e para alcançar esta meta, a Família da Madre Rossello se propõe a desenvolver no educando:

- Valores espirituais e redescobertos contínua do sentido da própria vida;
- A inserção convicta, e responsável na sociedade e na igreja;

- O discernimento crescente para construir a civilização do amor;
- O acolhimento da mensagem de um Deus que se revela Pai misericordioso e chama as pessoas a participar de sua vida divina;
- O encontro pessoal com Cristo que convida à edificação do seu Reino.

Os objetivos educacionais da Pedagogia Rosselliana podem ser resumidos nos seguintes aspectos:

- a) Proporcionar ao educando a formação necessária ao desenvolvimento de suas potencialidades como elemento de auto-realização, preparação para o trabalho e para o exercício da cidadania;
- b) Construir a comunidade escolar, como comunidade de pessoas animadas pelo espírito evangélico de liberdade e caridade de uma verdadeira solidariedade humana e cristã na relação entre seus membros;
- c) Aprimorar o processo ensino-aprendizagem, renovando as técnicas utilizadas e aproveitando os recursos fornecidos pela escola;
- d) Humanizar e personalizar o educando ajudá-lo a construir-se em plenitude, guiá-lo a:
  - d.1) Descobrir o tesouro escondido de sua dignidade, autonomia e unidade;
  - d.2) Libertar-se dos condicionamentos que o podem impedir de viver plenamente como pessoa;
  - d.3) Selecionar e cultivar em si, valores humanos, espirituais e culturais autênticos;
  - d.4) Respeitar as diferenças individuais dos educandos valorizando-os como um “todo”;
  - d.5) Orientar o aluno para que ele descubra suas reais aptidões através de um processo de sondagem e orientação profissional;
  - d.6) Dar oportunidades ao aluno com experiências de aprendizagens criativas;
  - d.7) Proporcionar a integração entre as disciplinas através de momentos regulares e específicos a reflexão do aluno;
  - d.8) Aprimorar a qualidade do trabalho pedagógico através das experimentações técnicas e estratégias que visem:

- d.8.1) Promover a responsabilidade;
- d.8.2) Valorizar a pessoa humana;
- d.8.3) Respeitar a individualidade;

O cultivo de atitudes que promovam a participação integrada de alunos, professores e funcionários, de forma participativa e solidária. O objetivo fundamental é “humanizar e personalizar o educando” ajudá-lo a construir-se em plenitude.

A pedagogia Rosselliana acredita que a gradual construção da pessoa não se dá por aquilo que ela tem, mas por aquilo que ela é, não por aquilo que recebe, mas por aquilo que, por si mesma, sabiamente orientada, é capaz de conquistar.

#### **1.4. O sistema de avaliação do Colégio Nossa Senhora da Misericórdia.**

A avaliação do rendimento dos alunos se processa de modo a possibilitar a sua aferição com segurança quanto à identidade de cada um, considerados os seguintes componentes: (Dados extraídos do Regimento Escolar/2000).

- **“Objetivos:** A identificação das aprendizagens qualitativas e quantitativas, com predominância da primeira, tendo em vista transmitir o ensino de forma a desenvolver no aluno a capacidade de observação, reflexão, discriminação de valores, julgamento, comunicação, convívio, cooperação, decisão e ação.

- **Periodicidade:** Nos momentos do período letivo em que o docente considere concluída determinada unidade de trabalho e para efeito do cômputo global de aprendizagem, em cada bimestre letivo.

- **Forma:** As avaliações são feitas pelo professor, através de no mínimo três instrumentos de avaliação, tendo em vista os objetivos fixados por componente curricular para a época e/ou período de sua realização. A nota bimestral obtida pelo aluno é resultante da média alcançada nos diferentes instrumentos de avaliação, aplicada pelo professor, com

predominância da qualidade sobre a quantidade, onde, numa escala de zero a dez inteiros, com variações decimais, 70% do valor correspondem à prova e os demais 30% a trabalhos, pesquisas, seminários, fechamentos, avaliação contínua (AC). Se o aluno não atingir a média no bimestre será aplicada uma prova de recuperação, somada à média bimestral e dividida por dois.

- **Registro:** Cada nota atribuída é registrada no diário de classe e bimestralmente a média alcançada é lançada na papeleta anexa ao diário, sem rasuras ou emendas, juntamente com as faltas às aulas de cada aluno respectivamente, remetendo-a, imediatamente, à Secretaria da Escola para o lançamento na ficha individual.

- **Média Final:** Ao concluir o ano letivo, a Secretaria extrai a média final das notas bimestrais de cada aluno, em cada disciplina.

- O cálculo da média anual não possui peso. A média é aritmética  
- A verificação do rendimento escolar compreende a avaliação do aproveitamento e a apuração da assiduidade.

Ter-se-á por aprovado diretamente:

- O aluno que obtiver, no final do ano letivo, frequência igual ou superior a 75% e média igual ou superior a sete inteiros em cada disciplina.  
- O aluno que tendo obtido frequência inferior a 75% e obtiver média final igual ou superior a oito inteiros.

Será submetido à Prova de Recuperação Final:

- O aluno com frequência igual ou superior a 75% que não obtiver média igual ou superior a sete inteiros nos componentes curriculares, desde que tenha média a quatro inteiros no componente curricular.

- A prova de Recuperação final deverá avaliar todos os objetivos trabalhados durante o ano, em cada componente curricular em questão.

- A nota de Recuperação Final obedecerá à escala de zero a dez inteiros, com variações decimais.

- O cálculo da média após a Recuperação será aritmético, entre a média anual e a nota de Recuperação Final.

Ter-se-á por reprovado:

- O aluno com frequência inferior a 50%, seja qual for o seu aproveitamento.

- O aluno que não obtiver a média igual ou superior a cinco inteiros em qualquer componente curricular, após a prova de recuperação.

- O aluno que não comparecer à Prova de Recuperação”.

#### **1.4.1. Os alunos**

Os alunos do Colégio Nossa Senhora da Misericórdia, são crianças e adolescentes de faixa etária entre 11 anos e 15 anos em sua maioria. (de 5ª a 8ª série).

São alunos que participam ativamente em campanhas de ajuda ao próximo, campanhas essas realizadas pela própria Direção da Escola.

Normalmente, cada sala de aula, é formada de 35 a 40 alunos heterogêneos. A seguir, apresenta-se a quantidade de alunos matriculados por séries no ano de 2000 e a quantidade de alunos em recuperação no final do ano em matemática, alunos estes que realmente têm dificuldades na disciplina de matemática, mas que também não se dispuseram a levar a sério os estudos, deixando tradicionalmente, a recuperação para o final do ano.



Na tabela 4, mostramos o número de alunos matriculados por série no ano 2000.

<b>SÉRIES</b>	<b>Nº DE TURMAS</b>	<b>Nº DE ALUNOS</b>
5 <sup>a</sup>	5	186
6 <sup>a</sup>	6	198
7 <sup>a</sup>	5	180
8 <sup>a</sup>	4	145

Tabela 4 – Número de alunos matriculados por série no ano 2000.

A seguir, os dados referentes ao ano de nascimento, matriculados, recuperação final de matemática, alunos retidos e alunos promovidos por série.

**a) Ano de nascimento dos alunos de 5<sup>a</sup> a 8<sup>a</sup> série.**

<b>SÉRIES</b>	<b>5<sup>a</sup></b>	<b>6<sup>a</sup></b>	<b>7<sup>a</sup></b>	<b>8<sup>a</sup></b>
<b>Nascimento</b>	<b>Alunos</b>	<b>Alunos</b>	<b>Alunos</b>	<b>Alunos</b>
1989	101			
1988	82	124		
1987	02	70	120	
1986	01	04	58	84
1985			01	57
1984			01	04
<b>Total</b>	<b>186</b>	<b>198</b>	<b>180</b>	<b>145</b>

Tabela 5 - Ano de nascimento dos alunos de 5<sup>a</sup> a 8<sup>a</sup> série.

**b) Alunos matriculados por série e sexo.**

<b>SÉRIE</b>	<b>5ª</b>	<b>6ª</b>	<b>7ª</b>	<b>8ª</b>
<b>MASCULINO</b>	78	78	72	47
<b>FEMININO</b>	108	120	108	98
<b>Total</b>	186	198	180	145

Tabela 6 – Numero de alunos matriculados por série e sexo.

**c) Recuperação final em Matemática (ano 2000).**

<b>SÉRIE</b>	<b>ALUNOS</b>	<b>SÉRIE</b>	<b>ALUNOS</b>	<b>SÉRIE</b>	<b>ALUNOS</b>	<b>SÉRIE</b>	<b>ALUNOS</b>
5ª A	3	6ª A	3	7ª A	10	8ª A	18
5ª B	5	6ª B	4	7ª B	15	8ª B	15
5ª C	8	6ª C	10	7ª C	11	8ª C	15
5ª D	4	6ª D	2	7ª D	19	8ª D	14
5ª E	6	6ª E	4	7ª E	10		
		6ª F	6				
Retidos	0		2		3		0

Tabela 7 - Recuperação final em Matemática no ano 2000.

**d) Alunos promovidos no ano 2000.**

<b>SÉRIE</b>	<b>Nº DE ALUNOS</b>	<b>PORCENTAGEM (%)</b>
5ª	183	98,4
6ª	191	96,5
7ª	178	98,9
8ª	145	100,0

Tabela 8 - Total de alunos promovidos no ano 2000.

### 1.4.2. A professora

Como mencionado, na introdução deste trabalho, a pesquisadora leciona matemática há quinze anos, sempre observando as dificuldades dos alunos na aprendizagem de matemática.

Nas aulas, sempre foi uma professora “cobradora”, no sentido da responsabilidade do aluno com seus afazeres, verificando diariamente a realização ou não das tarefas de casa e/ou de classe, pensando que a realização de tarefas é fundamental para a aquisição do conhecimento matemático, pois é onde o aluno realmente verifica se aprendeu ou não. Sempre teve um ótimo relacionamento com os alunos, muito querido por eles, a ponto de ser paraninfa, quase todos os anos, escolhida pelas turmas de 8ª séries.

Sempre foi muito rigorosa na correção de avaliações, sejam elas mensais ou de recuperação, porém os alunos têm toda liberdade de procurá-la para conversar, seja sobre a disciplina matemática, ou mesmo, para desabafar de algum sentimento que o esteja incomodando. Mas, com o advento da gravidez e o nascimento de Mateus (primeiro filho da pesquisadora, muito querido, desejado e esperado, nascido em 04.01.2000), houve uma mudança na forma de lecionar e de tratar os alunos.

Atualmente tenho mais sensibilidade em perceber os problemas que afligem os alunos, tanto em matemática ou qualquer outro motivo, possuindo mais paciência em ouvi-los e até aqueles alunos “endiabrados”, a fazem refletir no por quê de suas atitudes. A maternidade a fez perceber que no fundo são crianças “grandes”, mesmo aquele “marmanjo” (maior do que ela em estatura) que a perturba constantemente nas aulas, com gracinhas fora de hora. Enfim, a questão de ser mãe a fez rever a postura como educadora, não que hoje não seja mais cobradora das responsabilidades de cada aluno, mas a visão materna torna a relação professora x aluno mais sensível e humano.

Nesta inter-relação professora x aluno, ela pôde observar que, realmente alguns alunos, possuem dificuldades em interpretar o texto dos enunciados apresentados em sala

de aula; mesmo possuindo domínio da teoria matemática, mas não a conseguem aplicar corretamente, devido ao problema de interpretação de textos, enquanto outros alunos têm dificuldades em entender os enunciados dos problemas, por ser uma linguagem muito específica da matemática, onde os alunos não fazem ligação direta com esses temas específicos no seu cotidiano, ou seja, não é uma linguagem conhecida pelos alunos e não faz parte da sua realidade.

Para exemplificar, descreve-se dois enunciados que geraram polêmica entre alunos de 8ª séries:

a) Determine os valores reais de  $x$  para que o valor numérico da expressão  $(x^2 + 4x)$  seja igual a  $-3$ .

Os alunos sabiam resolver uma equação de segundo grau, a dúvida era a seguinte: Onde colocar a  $-3$ . Para os alunos, a equação correta seria:  $x^2 + 4x = a - 3$ . Estranho, duas variáveis na mesma equação, não? Na verdade, a equação correta é:  $x^2 + 4x = -3$ .

b) A hipotenusa é o maior lado do triângulo retângulo. Dados os dois catetos  $b = 2$  cm e  $c = 3$  cm, determine-a.

Os alunos sabiam utilizar corretamente o Teorema de Pitágoras, mas o grande problema para eles era: Onde colocar o  $- a$ .

A pesquisadora demonstra nestes dois exemplos explícitos, exatamente o problema que ela enfrenta em sala de aula e que tratou nesta dissertação. Ela possui em seu poder avaliações e documentos que retratam essas dificuldades de interpretação de textos.

## CAPÍTULO 2

### 2.1. O que é Matemática?

Segundo Imenes e Lellis:

“Palavra de origem grega que significa: aquilo que se pode aprender (a palavra grega *matbema* quer dizer “aprendizagem). Não é fácil dar uma idéia do que vem a ser a Matemática e os dicionários dão definições bastante diversas. Uma possibilidade é considerá-la como a ciência que estuda quantidades e formas. Pode-se acrescentar que ela é uma linguagem, isto é, uma maneira de representar e falar ou escrever sobre quantidades e formas. A Matemática tem vários ramos ou divisões, sendo aritmética, álgebra, geometria, medidas e estatística os ramos estudados no 1º grau do Ensino Fundamental” (1988, pág 186 e 187).

Carraher afirma que:

“Ao nível da comunidade científica, a Matemática é definida como uma ciência formal. Isto significa que a lógica reconstruída da Matemática é dedutiva. Demonstrações por indução não são reconhecidas pela comunidade científica, não porque não possam existir em outras ciências, mas porque não são aceitas como demonstrações de valor na Matemática. Ao nível de sua organização como ciência, na Matemática somente são aceitáveis provas por dedução. No entanto, a matemática não é apenas uma ciência: é também uma forma de atividade humana. Ao nível da atividade humana, a construção da Matemática não é realizada necessariamente pelas leis da lógica” (1989 pág 12).

“... a primeira coisa que a criança precisa saber é o que representam aqueles risquinhos pretos em uma página branca” (Lemle, citado na dissertação de Doutorado do professor Manoel Oriosvaldo de Moura, 1992 pág.42).

Para Piaget (1978), a lógica e a Matemática podem ser tratadas como formas de organização da atividade intelectual humana. Seus estudos incentivam os pesquisadores

interessados na análise do raciocínio a tentarem explicar os conhecimentos lógico-matemáticos implícitos quando resolvemos problemas de determinadas maneiras.

Segundo Dante (1991), a resolução de problemas é hoje muito estudada e pesquisada pelos educadores matemáticos, e em sua introdução do livro “Didática da resolução de problemas da Matemática”, ele apresenta algumas definições de grandes matemáticos, sobre a importância da resolução de problemas.

Para Begle (1971), “A real justificativa para se ensinar Matemática é que ela é útil e, em particular, auxilia na solução de muitas espécies de problemas”.

Para Lester (1982), “A razão principal de se estudar Matemática é para aprender como se resolvem problemas...”.

Para Polya (1978), “A resolução de problemas foi e é a coluna vertebral da instrução matemática desde o Papiro de Rhind”.

Mas o significado principal de aprender tais conteúdos matemáticos é ser capaz de usá-los na construção das soluções das situações-problema”.

Para o Conselho Nacional de Professores de Matemática N.C.T.M. (EUA, 1980), “O currículo de Matemática deve ser organizado em torno da resolução de problemas”.

Alguns professores chegam a considerar a resolução de problemas como a principal razão de se aprender e ensinar Matemática, porque é através dela, que se inicia o aluno no modo de pensar matemático e nas aplicações da Matemática no nível elementar.

É muito comum, os alunos saberem efetuar todos os algoritmos (as “continhas” e as 4 operações), e não conseguirem resolver um problema que envolva um ou mais desses algoritmos.

Diversas razões têm sido apresentadas para ensinar Matemática. Uma das justificativas tem sido a sua aplicabilidade a inúmeros problemas práticos. Trata-se de um argumento de utilidade. Outras razões que têm sido apresentadas derivam do que é considerado o caráter formativo da Matemática enquanto Ciência. A educação matemática deve contribuir para uma cidadania responsável, ajudando os alunos a tornarem-se indivíduos não dominados, mas, pelo contrário, independentes - no sentido de competentes, críticos, confiantes e criativos – nos aspectos essenciais em que a sua vida se relaciona com a Matemática.

Então, existem diversos motivos para ensinar Matemática. Mas quais são as finalidades de aprendizagem que deveremos ter em mente? Em 1989,, a associação de professores de Matemática americana – National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) – publicou um livro intitulado, na sua versão portuguesa, Normas para o Currículo e Avaliação da Matemática Escolar, no qual propõe um conjunto de orientações para o currículo de Matemática, desde a pré-escola até o décimo segundo ano (NCTM, 1991).

Nele se defende que a aprendizagem da Matemática deve estimular a curiosidade e desenvolver a capacidade do aluno, para formular e resolver problemas que contribuam para a compreensão, apreciação e poder de intervenção no mundo que nos rodeia; Esse processo, deve proporcionar-lhe a experiência e o prazer de enfrentar um desafio e o desenvolvimento da autoconfiança intelectual.

Assim, são definidos cinco objetivos gerais para todos os alunos:

- a) Que aprendam a dar valor à Matemática;
- b) Que adquiram confiança na sua capacidade de fazer Matemática;
- c) Que se tornem aptos a resolver problemas matemáticos;
- d) Que aprendam a comunicar matematicamente;
- e) Que aprendam a raciocinar matematicamente.

Ainda segundo as Normas, estes objetivos implicam que:

- os alunos devem participar em numerosas e variadas experiências relacionadas entre si e que os encorajem a dar apreço ao desenvolvimento da Matemática;
- a desenvolver hábitos de pensamento matemático e a compreender e apreciar o papel da Matemática na vida da humanidade;
- ser encorajados a explorar, a fazer tentativas, e mesmo a fazer erros e a corrigí-los, de tal modo que ganhem confiança na sua capacidade de resolver problemas complexos;
- ler, escrever e discutir Matemática, e ainda testar e construir argumentos sobre a validade de uma conjuntura.

## **2.2. O que é um problema matemático?**

Para Dante: “É qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos matemáticos para solucioná-la.” (1991, pág 10). A pesquisadora concorda com a citação acima, utilizando tal premissa para desenvolver o seu trabalho de pesquisa.

## **2.3. A rede de conhecimento e significados**

Para Descartes: “Penso, logo existo”. A máxima de Descartes permaneceu durante muito tempo como uma verdade tão firme e tão certa que todas as extravagantes suposições dos cétricos não eram capazes de abalar (Descartes,1969, pág.107).

A apologia da razão, do racionalmente concebido, foi transparente em Descartes, para o qual era quase impossível que os nossos juízos sejam tão puros e tão sólidos como seriam se tivéssemos todos, desde o nascimento, o uso inteiro de nossa razão e apenas nos tivéssemos conduzido por ela (Descartes, 1969, pg.77).

A filosofia cartesiana norteou por muito tempo e, em alguns ambientes, talvez continue norteando, as concepções vigentes do conhecimento em geral, e especificamente



do conhecimento matemático. As pressuposições do seu acalentado método de bem conduzir a razão e descobrir a verdade nas ciências são as seguintes:

- a) Nunca aceitar por verdadeira, coisa nenhuma que não se conhecesse por evidente, isto é, evitar cuidadosamente a precipitação e a prevenção; dividir cada uma das dificuldades que examinasse em tantas parcelas quantas pudessem ser exigidas para melhor compreendê-las;
- b) Conduzir por ordem os pensamentos, começando pelos objetos mais simples e mais fáceis de serem conhecidos, para subir, pouco a pouco, como por degraus, até o conhecimento dos mais compostos, e, supondo mesma certa ordem entre os que não se precedem naturalmente uns aos outros;
- c) Fazer sempre enumerações tão completas e revisões tão gerais, que ficasse certo de nada omitir (Descartes, 1969, pág.85).

Para falar a respeito de conhecimento, preciso esclarecer que a concepção é a de que conhecer algo é conhecer o seu significado. Segundo Machado, de modo geral:

- “Compreender é aprender o significado;
- Aprender o significado de um objeto ou de um acontecimento é vê-lo em suas relações com outros objetos ou acontecimentos;
- Os significados constituem, pois, feixes de relações;
- As relações entretecem-se, articula-se em teias, em redes, construída social e individualmente, e em permanente estado de atualização;
- Em ambos os níveis – individual e social – a idéia de conhecer assemelha-se à de enredar” (Machado, 1995, pág. 138).

De acordo com essa visão, a compreensão não pode simplesmente ser fruto da transmissão. Ela decorre da apreensão do significado do objeto do conhecimento.

Quando falo de significado de um dado conhecimento, estou me referindo a todas as relações que dizem respeito a esse conhecimento. Assim sendo, o significado não é algo material que se transfere de um indivíduo para outro. Constitui-se num feixe de relações

analógicas, metafóricas, que podem ser estabelecidas, envolvendo aquilo que se pretende conhecer, enredando-o ao que já é conhecido.

Os significados podem emergir das experiências individuais ou coletivas vivenciadas, a partir da interação dos indivíduos com objetos ou com outros indivíduos. Em vez de afirmar estar “de posse de determinado conhecimento”, deve-se procurar compreender seu significado, por meio das relações que são percebidas. Assim é que **conhecer é conhecer o significado.**

A idéia subjacente, para a colocação dessa questão, é a de que o conhecimento não é algo que materialmente se acumula, mas que continuamente se constrói, constituindo uma imensa rede de relações. Tal rede é constituída por nós e relações que interligam os diversos nós. Cada nó é um feixe de relações. Não é possível isolar um nó, nem mesmo uma relação. O conjunto todo tem sentido, não há partes que possam ser isoladamente consideradas.

A rede é dinâmica em constante transformação, e nela os feixes de relações vão sendo enriquecidos, como também vão sendo estabelecidos sempre mais e novas relações entre os nós.

Se fosse possível retratar a rede de significações de um indivíduo, em instantes pontuais sucessivos, ver-se-ia uma série de imagens, onde a malha da rede apresenta configurações sucessivas diferentes, sendo que as relações entre os nós tanto podem ir se tornando mais numerosas e complexas, como serem substituídas por outras, em novas configurações.

Essa transformação é fruto das mais diversas experiências vivenciadas, onde cada novo conhecimento significativo, isto é, repleto de significado para o indivíduo, é assimilado à rede como um novo nó ou através de uma ou várias articulações estabelecidas na configuração anterior, conduzindo a uma reconfiguração da rede inteira. Também daria

para perceber que a rede, como um todo, não é estática, cada feixe pode ser alterado, ampliado e substituído, sendo que os próprios nós podem mudar sua caracterização.

Além disso, em termos de significações coletivas, percebe-se a existência de uma grande rede cuja constituição, transformação e fortalecimento constante é viabilizada pela contribuição das diversas redes individuais, não em termos de somas, mas de entrelaçamentos.

Finalmente, pode-se pensar na imensa rede universal, sem limites, onde todos estão inseridos como: imagens, pessoas, objetos, valores, **problemas**,...

Assim sendo, segundo a metáfora da rede, o conhecimento não pode ser fruto de um simples ato de transmissão de informações, onde quem sabe ou conhece, expõe para quem não sabe, que, naturalmente, apreende.

A **aprendizagem** ocorre quando o aprendiz conseguiu estabelecer significados para o objeto de conhecimento – nó – em questão. Portanto, conseguiu estabelecer novas relações – feixes – em sua própria rede, articulando, assim, o novo aos diversos nós já existentes.

É desta maneira que os novos conhecimentos constituem enredamento.

Para Machado (1995, pág 145).

“(...) o conhecimento não se reduz a informações: ele exige a capacidade de estabelecer conexões entre elementos informacionais aparentemente desconexos, de processar informações, analisá-las, armazená-las, avaliá-las segundo critérios de relevância, organizá-las em sistemas”.

“A cada instante, a cada nova relação percebida, a cada nova interpretação de uma relação já configurada, alteram-se os feixes que compõem os nós/significados, atualiza-se o desenho de toda a rede.” (Machado,1995, pág 145).

## 2.4. A Matemática e a língua materna

Desde os primeiros anos de vida, o eixo linguístico-lógico-matemático merece toda a atenção de pais e professores, devido à interferência natural no desenvolvimento da criança e às inúmeras relações. A língua materna veiculando a comunicação interpessoal, possibilita a integração do indivíduo ao meio e, conseqüentemente, a sua interação, na busca da compreensão e transformação. De fato, reconhecendo-se que os fatos são sujeitos à interpretação e que a língua, na medida em que é constituída pela falha, pelo deslize, pela ambigüidade, faz lugar para a interpretação, pode-se perceber que não há como regulamentar o uso dos sentidos embora não se deixe nunca de tentá-lo.

Assim, talvez fosse melhor acatar essa impossibilidade e ao mesmo tempo reconhecer a necessidade desse controle, vendo no processo das diferentes leituras uma reorganização do trabalho intelectual e a propensão a novas divisões no trabalho social da leitura.

“O que não descaracteriza a especificidade do discurso científico, mas repõe o conhecimento produzido como parte de um processo, inacabado; ou como dizemos em linguagem: incompleto. E, por isso mesmo, possível. Porque é isso mesmo que nos ensina o discurso: o lugar da falha, da incompletude é também o lugar do possível, da transformação” (Orlandi, 1997, pág.33).

A língua abre assim espaço para a existência de uma característica essencial no âmbito da comunicação humana, ou seja, a flexibilidade, enquanto possibilita diferentes maneiras, mais ou menos eficazes, de aproximação do essencial.

Por outro lado, a Matemática, logo de início, faz parte do currículo, em todos os países do mundo. Ela viabiliza a compreensão de esquemas operacionais, raciocínios, uma lógica interna que pode ser transferida para outras esferas da comunicação humana. É fundamental, entretanto, mesmo no contexto de Matemática, considerar e valorizar a abordagem discursiva.

Através da língua materna, torna-se possível o estabelecimento de novas relações, gerando articulações mais frutíferas, cujo entrelaçamento promove o refinamento da rede de conhecimento e significados.

“Entre a Matemática e a Língua Materna existe uma relação de impregnação mútua. Ao considerar estes dois temas, enquanto componentes curriculares, tal impregnação se revela através de um paralelismo nas funções que desempenham, uma complementaridade nas metas que perseguem, uma imbricação nas questões básicas relativas ao ensino de ambas. É necessário reconhecer a essencialidade desta impregnação, e tê-la como fundamento para a proposição de ações, que visem a superação das dificuldades com o ensino da Matemática” (Machado,1998,pág.10).

O que provavelmente constitui o grande elo de comunicação que precisa ser reconstruído, reformulado e novamente compreendido é justamente o discurso realizado através da língua materna e da leitura que dele se faz.

Esse elo fornece a possibilidade de mútua compreensão, visto que:

“Quando me refiro à pluralidade das leituras não estou pensando apenas na leitura de vários textos, mas, sobretudo, na possibilidade de se ler um mesmo texto de várias maneiras. Este é um aspecto fundamental do processo de significação que a leitura estabelece” (Orlandi, 1997, pág.87).

## **2.5. A Linguagem Formal**

A conclusão é simples: a linguagem usual não atende às exigências do rigor lógico. Em 1922, dois matemáticos, Fraenkel e Skolem, propuseram que, a linguagem corrente, fosse completamente banida da Matemática e substituída por uma linguagem formal, construída com poucos símbolos e as regras de sintaxe necessárias pra se conduzir o raciocínio lógico-dedutivo.

Os símbolos incluem os conhecidos símbolos matemáticos, como os sinais de adição, subtração, igualdade, etc., além de outros como  $\Rightarrow$  (implica),  $\exists$  (para todo),  $\in$  (pertence, os sinais de parênteses, símbolos para as variáveis, etc. Por exemplo, lidando com o conjunto dos números naturais  $\mathbb{N}$ , quando escrevemos  $n \in \mathbb{N} \Rightarrow \exists a, b, c, d, \in \mathbb{N}, n = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ , estou expressando, em linguagem formal, o Teorema de Euler: todo número natural é a soma de quatro quadrados. A mesma proposição pode ainda ser escrita assim:

$$\forall n \in \mathbb{N}, \exists a, b, c, d \in \mathbb{N}, n = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$$

A propriedade usada acima para definir um conjunto, de todos os números naturais, que podem ser descritos com menos de 20 palavras na língua portuguesa, não é passível de ser expressa em linguagem formal; portanto, está excluída de considerações matemáticas. Desde a proposta de Fraenkel e Skolem em 1922, ninguém conseguiu ainda formular uma propriedade em linguagem formal, que conduzisse a algum paradoxo.

No texto anterior, a pesquisadora menciona que a linguagem corrente (usual), ficaria banida do universo matemático, sendo permitida somente a linguagem formal, isso apenas em tese. A importância da linguagem formal é a de ser um instrumento para estudar a consistência das teorias matemáticas, não para ser usada no dia-a-dia do matemático. Nem os especialistas que estudam os fundamentos da Matemática insistem no desatino de fazer tudo em linguagem formal e nem isso seria possível, pois na maioria das vezes é difícil traduzir o enunciado de um teorema em linguagem formal.

Por isso, nós professores continuaremos com o hábito de usar linguagem corrente (usual) em Matemática; não havendo razão alguma para trocá-la pela linguagem formal. Precisamos tomar cuidado em não perturbarmos nossos alunos com exemplos de conjuntos que podem causar dificuldades até para nós.

Por exemplo, falarmos no conjunto de fios da barba do Imperador D. Pedro II, pois não há como sabermos ao certo onde termina a barba e onde começam os fios do pescoço

ou os cabelos da cabeça. E esse conjunto seria aquele de quando o Imperador tinha 23 ou 47 anos de idade? No dia do aniversário ou três meses depois? Afinal, por que perturbarmos nossos alunos com essas coisas que não tem nada a ver com a Matemática? Também não queiramos falar no conjunto dos dígitos que aparecem infinitas vezes na expressão decimal de (raiz de 2); não tem nem como sabermos se 3 está ou não neste conjunto. Como podemos então saber se isto é mesmo um conjunto?

## **2.6. A Língua Materna**

Em todos os países, independentemente de raças, credos ou sistemas políticos, a Matemática faz parte dos currículos desde os primeiros anos de escolaridade, ao lado da Língua Materna. Há um razoável consenso, em relação ao fato de que, ninguém pode prescindir completamente de Matemática e, sem ela, é como se a alfabetização não fosse completamente efetivada.

Há, porém, um fato notável de natureza surpreendente: mesmo no tempo em que se dizia que as pessoas iam à escola para aprender a “ler, escrever e contar”, o ensino de Matemática e o da Língua Materna nunca se articulavam para uma ação conjunta, nunca explicitaram senão relações triviais de interdependência. É como se as duas disciplinas, apesar de longa convivência sob o mesmo teto – a escola – permanecesse estranha uma à outra, cada uma tentando realizar sua tarefa isoladamente ou restringindo ao mínimo as possibilidades de interações intencionais.

Quando se observa que os elementos constituintes dos dois sistemas fundamentais para a representação da realidade – o alfabeto e os números – são aprendidos conjuntamente pelas pessoas em geral, mesmo antes de chegarem à escola, sem distinções rígidas de fronteiras entre disciplinas ou entre aspectos qualitativos e quantitativos da realidade, tal ausência de interação causa estranheza.

As tentativas mais singelas de iniciação à matemática, pressupõem um conhecimento da Língua Materna, ao menos em sua forma oral, o que é essencial para a

compreensão do significado dos objetos envolvidos ou das instruções para a ação sobre eles. Tal dependência da Matemática, em relação à Língua Materna, não passa no entanto, de uma trivialidade, com o agravante de ser inespecífica, uma vez que se aplica igualmente a qualquer outro assunto que se pretenda ensinar.

Por outro lado, partindo do fato de que, a Língua Materna é imprecisa e frequentemente de caráter polissêmico, é comum pretender-se que a Matemática represente para a Ciência o papel de uma linguagem precisa, monossêmica, depurada de ambiguidades.

Não há proposta de currículo para a Matemática na escola básica, que exclua o desenvolvimento do raciocínio lógico da lista de suas metas principais.

Muitas vezes a associação entre o ensino de Matemática e o desenvolvimento do raciocínio, é que faz a disciplina Matemática ocupar uma posição central no discurso sobre as razões que justificam a presença dela no currículo.

Para os pesquisadores, José Nilson Machado, Manoel Oriosvaldo de Moura e Luiz Roberto Dante, a Matemática detém o poder de ser a fonte primária para o desenvolvimento da lógica, mas se reivindicassem para a Língua Materna tais características, haveria mais plausibilidade na pretensão. A questão fundamental, no entanto, não é a da precedência ou da preponderância, mas sim, a de uma articulação consistente entre a Língua Materna e a Matemática, tendo em vista o desenvolvimento do raciocínio.

A Matemática apresenta dificuldades específicas, assim como qualquer outro assunto. As disciplinas em questão, deveriam apresentar menos dissonâncias do que as costumeiras, em questões de ensino.

Parece oportuno, neste momento, descrever a diferença entre língua e linguagem.  
Para Saussure:



“A língua não se confunde com a linguagem; é somente uma parte determinada essencial dela, indubitavelmente. É ao mesmo tempo, um produto social da faculdade de linguagem e, um conjunto de convenções necessárias, adotadas pelo corpo social para permitir o exercício desta faculdade nos indivíduos” (pág. 17, 1975).

E, ainda, para Saussure:

“A linguagem é multiforme e heteróclita de diferentes domínios, ao mesmo tempo física, fisiológica e psíquica, ela pertence além disso ao domínio individual e ao domínio social; não se deixa classificar em nenhuma categoria de fatos humanos, pois não se sabe como inferir sua unidade” (pág. 17, 1975).

Então, a língua é um todo por si e um princípio de classificação. Desde que lhe demos o primeiro lugar entre os fatos da linguagem, introduzimos uma ordem natural num conjunto que não se presta a nenhuma outra classificação.

A esse princípio de classificação poder-se-ia objetar que o exercício da linguagem repousa numa faculdade que nos é dada pela Natureza, ao passo que a língua constitui algo adquirido e convencional, que deveria subordinar-se ao instinto natural em vez de adiantar-se a ele.

O ensino do português, como língua, a alunos que o tem como língua materna, é, sob vários aspectos – paradoxal -, porque o professor pensa que ensinou, mas o aluno não aprendeu. A repetição de conteúdos programáticos, em várias séries confirma e ilustra que o aluno não aprendeu.

Ensinar é deslocar: trata-se sempre de conduzir (conforme significa a própria palavra Pedagogia) o educando na direção de um conjunto de doutrinas ou disciplinas que ele sente desconhecidas ou estranhas. Assim é com a matemática, disciplina tida como universo alheio ao educando. Com efeito, é na consciência que tem ou assume de uma distância entre si próprio e o objeto do ensino que o educando compreende sua condição: a condição de quem é iniciado.

## 2.7. A importância da linguagem

Segundo Marilena Chaui, na abertura de sua obra *Política*, Aristóteles afirma que “somente o homem é um “animal político”, isto é, social e cívico, porque somente ele é dotado de linguagem.

Os outros animais, escreve Aristóteles, possuem voz (*phone*) e com ela exprimem dor e prazer, mas o homem possui a palavra (*logos*) e, com ela, exprime o bom e o mau, o justo e o injusto. Expressar e possuir em comum esses valores é o que torna possível a vida social e política e, dela, somente os homens são capazes” (1995, pág 137).

Para Marilena Chaui, o lingüista Hjelmslev afirma que “a linguagem é inseparável do homem, segue-o em todos os seus atos. A linguagem, diz ele, está sempre à nossa volta, sempre pronta a envolver nossos pensamentos e sentimentos, acompanhando-nos em toda a nossa vida. Ela não é um simples acompanhamento do pensamento, mas sim um fio profundamente tecido na trama do pensamento, é o tesouro da memória e a consciência vigilante transmitida de geração a geração”.

No entanto, no diálogo *Fedro*, Platão dizia que “a linguagem é um *Pharmakon*”. Esta palavra grega, que em português se traduz por poção, possui três sentidos principais: remédio, veneno e cosmético” (1995, pág.137).

Ou seja, Platão considerava que a linguagem pode ser um medicamento ou um remédio para o conhecimento, pois, pelo diálogo e pela comunicação, conseguimos descobrir nossa ignorância e aprender com os outros. Pode, porém, ser um veneno quando, pela sedução das palavras, nos faz aceitar, fascinados, o que vimos ou lemos, sem que indagemos se tais palavras são verdadeiras ou falsas. Enfim, a linguagem pode ser cosmético, maquiagem ou máscara para dissimular ou ocultar a verdade sob as palavras. A linguagem pode ser conhecimento-comunicação, mas também pode ser encantamento-sedução.

## **2.8. O que é a linguagem?**

A linguagem é um sistema de signos ou sinais usados para indicar coisas, para a comunicação entre as pessoas e para a expressão de idéias e valores. Então teremos:

- a) a linguagem é um sistema de sinais ou signos, isto é, os elementos que formam a totalidade lingüística são um tipo especial de objetos, os signos, ou objetos que indicam outros, designam outros ou representam outros. Por exemplo, a fumaça é um signo ou sinal de fogo, a cicatriz é signo ou sinal de uma ferida etc.
- b) a linguagem indica coisas, isto é, os signos lingüísticos (as palavras) possuem uma função indicativa ou denotativa, pois como que apontam para as coisas que significam;
- c) a linguagem tem uma função comunicativa, isto é, por meio de palavras entramos em relação com os outros, dialogamos, argumentamos, relatamos, discutimos, ensinamos e aprendemos etc.
- d) a linguagem exprime pensamentos, isto é, possui uma função de conhecimento e de expressão, sendo neste caso conotativa, ou seja, uma mesma palavra pode exprimir sentidos ou significados diferentes, dependendo do sujeito que a emprega, do sujeito que a ouve e lê, das condições ou circunstâncias em que foi empregada ou do contexto em que foi usada.

## **2.9. A lingüística e a linguagem**

Segundo Marilena Chaui, em sua obra “Convite à Filosofia”, durante o século XIX, o estudo da linguagem ou lingüística tinha como preocupação, encontrar a origem da linguagem e das línguas, considerando o estado presente ou atual de uma língua como resultado ou efeito de causas situadas no passado.

A linguagem era estudada sob duas perspectivas: a da filologia, que buscava a história das palavras pelo estudo das raízes, com o propósito de chegar a uma única língua original, mãe ou matriz de todas as outras; e a da gramática comparada, que estudava

comparativamente as línguas existentes com o propósito de encontrar famílias lingüísticas e chegar à língua-mãe original.

Nesses estudos, retomava-se a discussão sobre o caráter natural ou convencional da linguagem. Também era comum aos filólogos e gramáticos a idéia de que as línguas se transformam no tempo e que as transformações eram causadas por fatores extralingüísticos (migrações, guerras, invasões, mudanças sociais e econômicas etc).

Tais estudos, porém, viram-se diante de problemas que não conseguiam resolver. Um desses problemas foi o aparecimento do estudo das flexões (tempos verbais, maneira de indicar o plural e o singular, aumentativos e diminutivos, declinações), revelando que as línguas mudavam por razões internas e não por fatores externos.

A partir do século XX, uma nova concepção da linguagem foi elaborada pela lingüística e seus pontos principais são:

- a) a linguagem é constituída pela distinção entre a língua e fala ou palavra: a língua é uma instituição social e um sistema, ou uma estrutura objetiva que existe com suas regras e princípios próprios, enquanto a fala ou palavra é o ato individual de uso da língua, tendo existência subjetiva por ser o modo como os sujeitos falantes se aproximam da língua e a empregam. Assim, por exemplo, temos a língua portuguesa e a palavra ou fala de Camões, Machado de Assis, Fernando Pessoa, Guimarães Rosa, a do leitor e a minha;
- b) a língua é uma totalidade dotada de sentido na qual o todo confere sentido às partes, isto é, as partes não existem isoladas nem somadas, mas apenas pela posição e função que o todo da língua lhes dá e seu sentido vem dessa posição e dessa função. Por exemplo, os signos “r” e “l” só existem nas línguas, onde a diferença desses sons possuem uma função importante para diferenciar sentidos, motivo pela qual não operam significativamente em chinês ou japonês (ou seja, os chineses usam “l” indiferentemente para todas as palavras, sejam elas em “l” ou “r”; os japoneses usam “r” indiferentemente para todas as palavras, sejam elas em “l” ou “r”). Os signos são elementos da língua; são valores e não coisas

ou entidades, e que são o que valem, por sua posição e por sua diferença com relação aos demais signos;

- c) a língua é um código (conjunto de regras que permitem produzir informação e comunicação) e se realiza através de mensagens, como, pela fala/palavra dos sujeitos que veiculam informações e se comunicam de modo específico e particular (a mensagem possui um emissor, aquele que emite ou envia a mensagem, e um receptor, aquele que recebe e decodifica a mensagem, isto é, entende o que foi emitido); o sujeito falante possui duas capacidades: a competência (sabe usar a língua) e a performance (tem seu jeito pessoal e individual de usar a língua); a competência é a participação do sujeito em uma comunidade lingüística e a performance são os atos de linguagem que realiza;
- d) a língua é inconsciente, ou seja, nós a falamos sem ter consciência de sua estrutura, de suas regras e seus princípios, de suas funções e diferenças internas; vivemos nela e a empregamos sem necessidade de conhecê-la cientificamente.

Alguns exemplos poderão nos ajudar a compreender todos esses pontos.

Uma língua é como um jogo de xadrez: é um todo no qual cada peça tem seu sentido, seu lugar e sua função por diferença ou por oposição às demais peças.

O jogo é uma convenção ou um código com suas regras próprias, princípios e leis, e cada partida é a maneira como jogadores individuais usam e interpretam as regras, leis e princípios gerais do jogo.

Enfim, uma língua é algo social, histórico, determinado por condições específicas de uma sociedade e de uma cultura.

## **2.10. Linguagem simbólica e linguagem conceitual.**

A linguagem simbólica opera por analogias (semelhanças entre palavras e sons, entre palavras e coisas) e por metáforas (emprego de uma palavra ou de um conjunto de palavras para substituir outras e criar um sentido poético para a expressão).

A linguagem simbólica realiza-se principalmente como imaginação. A linguagem conceitual procura evitar a analogia e a metáfora, esforçando-se para dar às palavras um sentido direto e não figurado ou figurativo. Isto não quer dizer que a linguagem conceitual seja puramente denotativa. Pelo contrário, nela a conotação é essencial, mas não possui uma natureza imaginativa.

Ainda segundo Marilena Chauí (1995, pág 145), a linguagem simbólica (dos mitos, da religião, da poesia, do romance, do teatro) e a linguagem conceitual (das ciências, da filosofia) diferem sob os seguintes aspectos:

- a) “a linguagem simbólica é fortemente emotiva e afetiva, enquanto a linguagem conceitual procura falar das emoções e dos afetos sem se confundir com eles e sem se realizar por meio deles;
- b) a linguagem simbólica oferece imediatas (imagens), enquanto a linguagem conceitual procede por desconstrução analítica e reconstrução sintética dos objetos, fazendo com que acompanhem cada passo da análise e da síntese;
- c) a linguagem simbólica nos oferece palavras polissêmicas, isto é, carregadas de múltiplos sentidos simultâneos e diferentes, tanto sentidos semelhantes e em harmonia, quanto sentidos opostos e contrários; a linguagem conceitual procura diminuir ao máximo a polissemia e a conotação, buscando fazer com que cada palavra tenha um sentido próprio e que seus diferentes sentidos dependam do contexto no qual é empregada;
- d) a linguagem simbólica leva-nos para dentro dela, arrasta-nos para o seu interior pela força de seu sentido, de suas evocações, de sua beleza, de seu apelo emotivo e afetivo; a linguagem conceitual busca convencer-nos e persuadir-nos

por meio de argumentos, raciocínios e provas. A linguagem simbólica fascina e seduz; a linguagem conceitual exige trabalho lento do pensamento;

- e) a linguagem simbólica nos dá a conhecer o mundo criando um outro, análogo ao nosso, porém mais belo ou mais terrível do que o nosso, mais justo ou mais violento do que o nosso, mais antigo ou mais novo do que o nosso; a linguagem conceitual busca dizer o nosso mundo, decifrando seu sentido, ultrapassando suas aparências e seus acidentes;
- f) a linguagem simbólica, privilegiando a memória e a imaginação, nos diz como as coisas ou os homens poderiam ter sido ou poderão ser, voltando-se para um possível passado ou para um possível futuro; a linguagem conceitual busca dizer o nosso presente, fala do necessário, determinando suas causas ou motivos e razões; procura também as linhas de forças de suas transformações e o campo dos possíveis, como possibilidade objetiva e não apenas desejada ou sonhada” (1995, pág. 145).

### **2.11. O signo matemático na criança**

O que pode levar a criança a ver no rabisco “6” uma quantidade de elementos que não é “4”, nem “5”, nem “7” .....? Será que é o mesmo mecanismo que a leva a identificar no rabisco CASA o lugar escolhido pelos homens como abrigo? Como será que a criança dá nome ao número?

Segundo Manoel Oriosvaldo de Moura (1992, pág. 41), o numeral “6” tem seu significado construído. Ele é fruto da construção social do homem. A representação da quantidade seis pode ser feita de várias formas. Ela pode ser representada por VI, numeral romano ou por I I I I I I como fizeram os egípcios. Mas foi como o numeral indo-arábico que obteve difusão universal, e hoje o símbolo “6”, é aceito como representando a quantidade seis em todas as partes do mundo. A criança brasileira aprende que “6” representa uma quantidade que é maior que “5” e menor que “7”, e isso também o fazem crianças em outros países.

Compreender que “6” representa a quantidade seis não é tão simples. Para Piaget (1975) a criança passa por determinadas fases, até chegar à compreensão do número. Entender que o signo tem o papel de suscitar na memória a lembrança do que está escrito, parece também requerer certa construção.

Parece que o numeral “6”, é mais simples de ser compreendido, do que a palavra “casa”. Isto porque em “casa” temos mais rabiscos para serem controlados que no numeral “6”. O fato da criança ser capaz de se comunicar, ou melhor, de grafar as quantidades, não significa que ela já tenha dominado a representação numérica. A criança parece passar por um processo de construção do significado da representação numérica até chegar ao algarismo. Ela precisa ter mobilidade de pensamento, que a leve a coordenar as quantidades. A criança precisa compreender que o “1” está incluído no “2”, que o “2” está incluído no “3” e assim por diante.

Para o entendimento do sistema de numeração que colocamos sobre a Educação Matemática, é necessário que a criança compreenda que se trata de um conjunto de regras, criadas pelo homem durante a sua evolução histórica. O aluno deve, portanto, compreender a natureza do signo numérico e como ele se combina para representar as quantidades. A posse do sistema de numeração, significa o domínio do conjunto de regras que leva a criança à capacidade de operar com as quantidades no papel, de forma sistemática.

Não é só a capacidade de calcular que fornece a criança o “status” de estar alfabetizada numericamente. Este “status” é adquirido quando a criança distingue perfeitamente o conjunto de regras, que caracterizam o sistema de numeração. Estar de posse do nome do número é perceber que: - pode ser representado pela palavra (cinco) ou pelo numeral 5. É ter claro que “25” significa a representação de uma quantidade que é de 2 dezenas e 5 unidades, pois o “2” ocupa uma posição que lhe dá o “status” de dezena. Se fosse “52” ele receberia o “status” de unidade e significaria apenas “2”.

“...a primeira coisa que a criança precisa saber é o que representam aqueles risquinhos pretos em uma página branca” (Lemle, 1987, pág 8),



A compreensão do “6” como nome do número, possui características de uma alfabetização, quando comparado com o que o alfabetizando precisa saber na alfabetização lingüística.

Compreender o signo “6” é também fazer a ligação simbólica entre letras e sons; é ter claro que “6” não é “9” e é saber ouvir uma seqüência de sons que leva a criança grafar com segurança “6” e não “9”. E mais que isto: é saber que seis não é nome de objeto, e sim a representação de uma idéia na relação quantitativa de coleções de objetos. “Seis” é uma palavra; é a representação de conteúdo “operatório” mental. Ela não é o nome de objeto, não é ordem; não indica posição espacial e nem qualifica o objeto: é o nome do número.

E assim sendo, apreender o significado da representação do número, apresenta semelhança com a alfabetização na língua, mas diferencia-se desta ao possuir um conteúdo “operatório” e ao referir-se a representação de uma idéia desprovida da representação de um elemento concreto. Representar “6” é, portanto, diferente de representar “panela”, porque a palavra “panela” refere-se ao nome de objeto e o “6” refere-se à representação de uma idéia.

Isto porque, segundo LEMLE, para se alfabetizar são necessárias duas capacidades: “A primeira é a capacidade de compreender a ligação simbólica entre letras e sons da fala. A segunda é a capacidade de enxergar as distinções entre as letras. A terceira é a capacidade de ouvir e ter consciência dos sons da fala, com suas distinções relevantes na língua” (Lemle, 1987, pág 10). E ela acrescenta, ainda, como importante capacidade, aquela que é a captação do conceito de palavra.

## **2.12. A lógica matemática.**

Segundo Marilena Chaui (1995), para os medievais e para os modernos (século XVII), a lógica era uma arte de pensar, para bem conduzir a razão nas ciências. Para os filósofos franceses Port-Royal, os princípios e as leis lógicas correspondiam à estrutura do próprio pensamento dedutivo e para o filósofo inglês Francis Bacon a do raciocínio

indutivo. Como arte de pensar, a lógica oferecia ao conhecimento científico e filosófico as leis do pensamento verdadeiro e os procedimentos para a avaliação dos conhecimentos adquiridos.

Essa lógica – antiga e moderna – não era plenamente formal, pois não era indiferente aos conteúdos das proposições, nem às operações intelectuais do sujeito do conhecimento. A forma lógica recebia o valor de verdade ou falsidade, a partir da verdade ou falsidade dos atos de conhecimento do sujeito e da realidade ou irrealidade dos objetos conhecidos.

Ao contrário, a lógica contemporânea, procurando tornar-se um puro simbolismo do tipo matemático e um cálculo simbólico, preocupa-se cada vez menos com o conteúdo material das proposições (a realidade dos objetos referidos pela proposição) e com as operações intelectuais do sujeito do conhecimento (a estrutura do pensamento). Tornou-se plenamente formal.

Assim, como o matemático lida com objetos que foram construídos pelas próprias operações matemáticas, de acordo com princípios e regras pré-fixados e aceitos por todos, assim também o lógico elabora os símbolos e as operações que constituem o objeto lógico por excelência, a proposição. O lógico indaga que forma deve possuir uma proposição para que:

- a) seja-lhe atribuído o valor de verdade ou falsidade;
- b) represente a forma do pensamento;
- c) represente a relação entre pensamento, linguagem e realidade.

Segundo Marilena Chaui, “a lógica descreve as formas, as propriedades e as relações das proposições, graças à construção de um simbolismo regulado e ordenado que permite diferenciar linguagem cotidiana e linguagem lógica formalizada”.

Boole definiu a lógica como o “método que repousa sobre o emprego de símbolos, dos quais se conhecem as leis gerais de combinação e cujos resultados admitem interpretação coerente. A lógica tornou-se cada vez mais uma ciência formal da linguagem, mas de uma linguagem muito especial, que nada tem a ver com a linguagem cotidiana, pois trata-se de uma linguagem inteiramente construída por ela mesma, partindo do modelo da matemática” (1995, pág 196).

Dois aspectos devem ser abordados para que se compreenda melhor a relação entre a lógica contemporânea e a matemática.

1. a mudança no modo de conceber o que seja a matemática:

Durante séculos (na verdade, desde os gregos), considerou-se a matemática uma ciência baseada na intuição intelectual de verdades absolutas, existentes em si e por si mesmas, sem depender de qualquer interferência humana. Os axiomas, as figuras geométricas, os números, as operações aritméticas, os símbolos e as operações algébricas eram consideradas verdades absolutas, universais, necessárias, que existiriam com ou sem os homens e que permaneceriam existindo mesmo se os humanos desaparecessem.

No entanto, desde o século XIX, passou-se a considerar a matemática uma ciência que resulta de uma construção intelectual, uma invenção do espírito humano, sem que suas entidades sejam existentes em si e por si mesmas. Os entes matemáticos são puras idealidades construídas pelo intelecto ou pelo pensamento, que formula um conjunto rigoroso de princípios, regras, normas e operações, para a criação de figura, números, símbolos, cálculos etc.

A matemática é uma ciência de formas e cálculos puros organizados numa linguagem simbólica perfeita, na qual cada signo é um algoritmo, isto é, um símbolo com um único sentido. É elaborada pelo espírito humano e não um pensamento intuitivo que contemplaria entidades perfeitas e eternas, existentes em si e por si mesmas.

2. a mudança no modo de conceber o pensamento, distinguindo psicologia e teoria do conhecimento:

Durante muitos séculos, psicologia e teoria do conhecimento estiveram confundidas, constituindo uma só disciplina, encarregada de estudar os modos como conhecemos as coisas, distinguindo o que é puramente pessoal e individual (a vida psíquica ou mental de cada um de nós) do que é universal e necessário (válido em todos os tempos e lugares, para todos os sujeitos do conhecimento).

A lógica não se confunde com a psicologia, nem com a teoria do conhecimento, porque seu objeto é o pensamento enquanto operação demonstrativa, que segue regras orientadas para determinar se a demonstração é verdadeira ou falsa do ponto de vista do próprio pensamento, isto é, se a demonstração obedeceu ou não aos princípios lógicos.

### **2.13. Linguagem e metalinguagem.**

Para Marilena Chaui, (1995, pg 196) para conseguir seu propósito, a lógica distingue dois níveis de linguagem:

- a) linguagem natural, isto é, aquela que usamos em nossa vida cotidiana, nas artes, na política, na filosofia;
- b) linguagem formal, isto é, aquela que é construída segundo princípios e regras determinados que descrevem um tipo específico de objeto, o objeto das ciências.

Essa distinção também pode ser apresentada como diferença entre dois tipos de linguagens simbólicas:

- *a linguagem simbólica cultural* (a linguagem “ natural), que usa signos, metáforas, analogias, esquemas para exprimir significações cotidianas, religiosas, artísticas, políticas. A principal característica desse simbolismo, é ser conotativo, onde os símbolos carregam muitos sentidos e referem-se a muitas significações. A linguagem cultural é polissêmica, isto é, nela as palavras possuem inúmeros significados;

- *linguagem simbólica lógico-científica* (a linguagem construída), que usa um sistema fechado de signos ou símbolos (o algoritmo), em que cada símbolo é símbolo de uma única coisa e corresponde a uma única significação. Sua principal característica é ser essencialmente um simbolismo denotativo ou indicativo, evitando a polissemia e afirmando a univocidade do sentido simbolizado.

A lógica ocupa-se com a linguagem formal ou a linguagem simbólico-científica. Por ser um discurso ou uma linguagem que fala de outro discurso ou de outra linguagem, se diz que ela é uma metalinguagem.

Para Marilena Chauí:

- a) “a idéia da lógica como metalinguagem transparece com clareza quando examinamos, por exemplo, as teses principais do austríaco Ludwig Wittgenstein, cuja influência seria sentida por toda a lógica do nosso século;
- b) qualquer proposição que tenha significado é composta por proposições elementares, nas quais se encontra a verdade ou falsidade da proposição com significado;
- c) as proposições elementares adquirem significado porque afiguram (retratam) o mundo não como fatos e coisas, mas como “estado de coisas”;
- d) as proposições da lógica são verdadeiras independentemente das noções de “significado” e de “estados de coisas”, porque, rigorosamente, não falam de nada, pois referem-se a qualquer fato, significado ou estado de coisas que possam ocorrer ou não no Universo. As proposições lógicas são verdades vazias, referidas apenas ao próprio uso das convenções lógicas.” (1995, pág 198).

Neste capítulo buscou-se examinar o que seja Matemática, na perspectiva de representantes significativos da comunidade científica e acadêmica. Com esses elementos obtidos torna-se possível pensar o ensino da Matemática, o que se procurou fazer no capítulo seguinte.

## CAPÍTULO 3

### 3.1 O ensino da Matemática

A pesquisadora acredita que só é professor quem tem formação pedagógica e ensina. E se ensina, o alunado – em ampla maioria – aprende.

Veja este exemplo interessante. Quando questionado sobre o que é problema, um aluno de 4<sup>a</sup> série, de uma escola da periferia de São Paulo, respondeu:

“Problema é quando chega a conta de água e a minha mãe não tem dinheiro para pagar”.

Desse modo, ele traduzia a definição corrente de problema: questão sem solução imediata, difícil de resolver.

Uma situação pode ser problema para uma pessoa e não para outra, dependendo do nível de envolvimento de cada um, da questão sócio-cultural, da experiência de vida e do conhecimento relacionados àquela situação.

Em nossa linguagem usual, interpretamos o termo “problema” como situação desagradável, e não como desafio.

Assim, os problemas matemáticos muitas vezes são trabalhados de forma desmotivadora, apenas como um conjunto de exercícios acadêmicos. A tarefa do aluno geralmente se resume a descobrir que conta deve fazer para acertar a resolução e, assim, obter uma boa nota. Perde-se com isso, o aspecto lúdico que um problema pode ter quando é encarado como um desafio.

Uma das causas da desmotivação é o modo rígido como o problema é apresentado nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

As informações para resolver um problema de matemática sempre existem. Desse modo, todo problema tem uma solução, e essa solução é única.

Outro aspecto é a fórmula que a maioria dos livros didáticos adota para desenvolver os conteúdos. Ao abordar uma operação, por exemplo, os livros sempre seguem a ordem: o conceito, as propriedades, o algoritmo que a resolve e, por fim, uma série de problemas que envolvem essa operação.

Depois de ler e resolver dois ou três problemas, o aluno percebe que não precisa mais analisar os outros enunciados, basta retirar os números do texto e fazer a conta que está sendo tratada naquele capítulo.

Quando o professor cria um problema diferente, os alunos em geral fazem perguntas como: “É conta de mais?”, “É problema de duas contas?” e outras perguntas mais.

Uma situação ocorrida em sala de aula mostra como os alunos lidam com os problemas.

Uma professora havia pedido que cada aluno elaborasse um problema para o colega resolver. Uma aluna muito esperta apresentou a seguinte questão:

- Um caminhão carregava 786 quilos de areia. Ele sofreu um acidente e perdeu muitos quilos dessa carga. Quanto tem agora?

O colega que deveria dar a resposta reclamou:

- Professora, ela não falou quantos quilos caíram do caminhão.

A menina retrucou:

- Ora, se eu falar ele vai saber dar a resposta.

Veja que para essas crianças, o problema de matemática parece ser uma espécie de armadilha, para a qual elas não vêem possibilidade de resolução. E, realmente, muitas vezes os alunos não conseguem encontrar a solução, apesar de dominarem todos os conceitos e técnicas operatórias envolvidos.

Motivos: falta de familiaridade com estratégias apropriadas e ansiedade. Cabe ao professor criar um ambiente de tranquilidade, em que o aluno não tenha medo de estabelecer e testar hipóteses, mesmo correndo o risco de errar. É sua tarefa, também, mostrar possíveis estratégias de resolução para os problemas e, ao mesmo tempo, abrir espaço para que a classe discuta os vários métodos encontrados pelos próprios alunos.

Os problemas de matemática devem envolver muito mais aspectos do que a simples aplicação de operações. A educação deve estar voltada para o desenvolvimento integral do ser humano, tornando-o apto a analisar e criticar o grande volume de informações que recebe, para que possa selecionar aquelas que serão úteis em sua vida diária.

Diante da velocidade dos avanços tecnológicos e científicos, com certeza é mais importante preparar os alunos para aprender coisas novas, do que transmitir um grande volume de informações que em pouco tempo já estarão ultrapassadas.

Em cada área do conhecimento, o especialista tem atitudes e princípios gerais que guiam seu modo de buscar e utilizar as informações, sendo o que interessa transmitir aos alunos.

Trabalhados nas primeiras séries da escolarização, esses elementos constituirão o instrumental básico, para que o estudante aprenda a lidar com cada tipo de conhecimento. Nesse sentido, em matemática a resolução de problemas é fundamental.

Como a pesquisadora já citou várias vezes nesta dissertação, muitos educadores matemáticos se preocupam com a heurística, ciência voltada para a resolução de problemas, cujo principal pesquisador foi o russo George Polya. Seu livro “A arte de resolver problemas”, publicado em 1945 pela Universidade de Stanford, é até hoje uma referência fundamental para os estudiosos do assunto.

Para Polya, “aprender a pensar” é a grande finalidade do ensino. A aprendizagem deve ser ativa, motivadora e processar-se em fases consecutivas. “A aprendizagem começa



com ação e percepção, desenrola-se com palavras e conceitos e deveria terminar com hábitos mentais desejáveis” (Polya, 1978).

A seguir, a pesquisadora reflete sobre a Matemática, sua raiz filosófica, seu papel enquanto Ciência Moderna (pós-renascentista) e a importância de ensiná-la nas escolas de Ensino Fundamental. Esta reflexão toma como base a contribuição do professor Luciano Nogueira, professor e mestre da UFSCar, autor do texto encontrado no site <http://www.ufscar.br>.

### 3.2. A Questão EPISTEMOLÓGICA

A EPISTEMOLOGIA é uma disciplina filosófica. Em linhas gerais, ela visa a determinar o fundamento lógico, o valor, o objetivo e o alcance da Ciência. É conhecida também pelo nome de Teoria do Conhecimento.

Emmanuel **KANT** (1724–1804), em sua obra *Prolegômenos a Qualquer Metafísica Futura*<sup>1</sup>, afirma que a Matemática é, antes de tudo, a NECESSIDADE dos juízos analíticos<sup>2</sup> *a priori*<sup>3</sup>, resultando na NOVIDADE dos juízos sintéticos<sup>4</sup> *a posteriori*<sup>5</sup> que, por sua vez, tornam-se juízos sintéticos *a priori* que são os juízos universais nos quais o predicado exprime algo de novo, já contido no sujeito. Ou seja, o início de um raciocínio matemático passa por analisar o corpo de um problema de maneira a determinar sua NECESSIDADE real antes que algo de concreto advenha desse raciocínio matemático<sup>6</sup>. Depois disso, passa-se a etapa de buscar a NOVIDADE, o NOVO, resultado da consecução do problema real que tinha que ser resolvido da forma matemática, por ser problema técnico. Esta

---

<sup>1</sup> KANT, Emmanuel. *Prolegômenos a Qualquer Metafísica Futura*. Coleção “Os Pensadores”. 2ª edição. São Paulo: Abril Cultural, 1984.

<sup>2</sup> Juízo Analítico: o predicado contido no sujeito. Ex. Todos os corpos são extensos.

<sup>3</sup> A Priori: conhecimento anterior à experiência ou que a experiência não pode explicar. Conhecimento independente da experiência.

<sup>4</sup> Juízo Sintético: o predicado fora do conceito do sujeito, embora ligado a ele. Ex: Os corpos são pesados.

<sup>5</sup> A Posteriori: conhecimento resultado da experiência, ou que dela depende.

<sup>6</sup> Lembrando que algo de concreto deve resultar desse raciocínio matemático, pois a Matemática é Ciência e uma Ciência só tem razão de ser se aplicada como instrumental de análise e de posterior emprego na transformação da realidade que envolve o homem. A disciplina que busca a compreensão do universo não é a Ciência e, sim, a Filosofia. As Ciências todas buscam nas Filosofias os modelos de compreensão da realidade para aplicá-los em suas experimentações.

NOVIDADE, alcançada *a posteriori*, pela experiência concreta ou dependente diretamente dela, torna-se então JUÍZO UNIVERSAL, VERDADE que passará a compor os postulados da Ciência Matemática e a pautará num futuro.

Como estabelecido acima, dois são os fatores que envolvem a solução de um problema, pela via matemática: 1 - A NECESSIDADE e 2 - A NOVIDADE.

1 - O problema proposto é real e necessário, ou seja, é imprescindível resolvê-lo?

2 - O resultado é uma novidade obtida através da experiência do emprego dos cálculos matemáticos na resolução desse problema real?

Se as respostas a essas duas perguntas forem afirmativas, está se empregando a Ciência Matemática na solução de questões cotidianas. Agora, se o que se tem é uma proposta exclusivamente de caráter metodológico, ou seja, se propõe uma questão “criada artificialmente”, com finalidade exclusivamente didática, e que se obtém um resultado PREVIAMENTE conhecido pelo professor, isso nunca foi e nunca será Matemática. É somente uma tentativa de preencher o tempo do adolescente com questões sem importância real a ele. Ou a maioria dos estudantes não se interessa, e tem dificuldade de compreender, o que chamam de Matemática por que razão? Exclusivo desinteresse da parte deles? A culpa é sempre dos outros, não é mesmo?

A Matemática somente tem sentido enquanto Ciência Aplicada. Ensiná-la de maneira apartada da realidade concreta do estudante adolescente – como é feito nas escolas de Ensino Fundamental e Médio – é tentar dar-lhe um *status* que não possui. É querer tornar a Matemática uma Ciência Racional, quase uma Filosofia.

Na vida, não se conhece o resultado de um acontecimento até que ele se realize por completo. O conhecimento obtido a partir desse resultado é um conhecimento *a posteriori*. Tudo deve ser aprendido através da experiência nos anos.

Os elaboradores do currículo de Matemática das escolas de Ensino Fundamental e Médio, tentando ser fiéis ao mestre Descartes, pervertem o *Cogito* cartesiano – da dúvida

enquanto Método de checagem do real – em simples perguntas com simulações (situações artificiais) e dão a isso o nome de Matemática.

A Ciência baseada nessa linha foi denominada de Ciência Moderna ou do MÉTODO DA EXPERIMENTAÇÃO e que levantou fortes barreiras entre o conhecimento obtido através desse método e as demais formas de obtenção de conhecimento.

Alguns dos principais expoentes dessa linha:

Willian de Ockham (1290–1349), frei franciscano de origem inglesa, e predecessor do método empírico de conhecimento, foi o primeiro a negar as realidades universais aristotélicas e ater-se às realidades singulares: o que existe, para ele, é o indivíduo, o particular. Portanto, todo raciocínio deve partir deste singular, deste particular. Inaugura, no seio do pensamento cristão, a ruptura entre a fé e a razão;

1. Francis Bacon (1561–1626). Advogado inglês, opõe-se à Lógica Formal de Aristóteles descrita na obra *Organon* que, em sua essência, era dedutiva. Partindo de Ockam, inaugura o método indutivo descrito em sua obra *Novum Organon*;
2. Johann Kepler (1571–1638). Astrônomo alemão; revelou que Marte não seguia uma trajetória circular, mas elíptica. Defendia a tese de que Deus havia se detido no princípio dos números perfeitos para criar o Universo, de modo que a harmonia matemática era a causa real do movimento dos planetas. No fundo, afirmava que a causa última de tudo era as harmonias matemáticas existentes na mente do Criador.
3. Galileu Galilei (1564–1642). Professor italiano; sua obra é respeitada por ter reafirmado a autonomia da Ciência frente à Teologia. Precisou o objeto da Ciência, fez também a descrição completa do método científico e aplicou-o com excelentes resultados (telescópio, termômetro, relógio de pêndulo, descoberta das luas de Júpiter etc). Estabeleceu também o método da Física moderna;
4. René Descartes (1596–1650). Francês de nascimento e soldado de cavalaria, foi instruído nas artes militares pelo príncipe holandês Maurício de Nassau, sendo atribuído a ele todo o sistema que determinaria, por longo tempo, os passos da investigação científica: segundo Descartes, para se conhecer algo, é preciso que a

experiência se repita várias vezes impondo a quantificação como garantia da **rigoriedade** e da **neutralidade** da Ciência. A partir daí, o homem só se conduziria nos caminhos do conhecimento científico através de atalhos de extremada fragmentação desse conhecimento. Sua principal obra é o *Discurso do Método*<sup>7</sup>;

5. Isaac Newton (1643–1717). Professor inglês; sua importância foi a de estabelecer a validade da mecânica terrestre no espaço celeste e eliminar das ciências naturais, definitivamente, os dogmas filosóficos e também os resquícios religiosos considerados desnecessários. A partir daí, esse modelo passou a se opor a outros modelos de conhecimento como a Filosofia e as Artes. A confiança na veracidade desse modelo era tão absoluta na Universidade que sua adoção passou a ser obrigatória para o desenvolvimento de qualquer conhecimento que se quisesse merecedor do título de científico. E é esse o modelo científico que irá reger a instalação das chamadas ciências humanas e sociais.

6. Auguste Comte (1798–1856). Francês. Secretário do filósofo Saint-Simon (1760–1825) e depois professor. Defendia a tese de que a sociedade só poderia ser convenientemente reorganizada através de uma completa reforma intelectual do homem (através de sua reeducação positiva). Suas idéias giravam em torno de três pontos básicos: primeiro, tem-se que definir uma Filosofia da História com o objetivo de mostrar por que uma única maneira de pensar deve prevalecer entre os homens (o que ele nominava de Filosofia Positiva). Segundo, deve-se fundamentar e classificar as ciências todas a partir dessa Filosofia Positiva. E terceiro, deve-se definir uma Sociologia que permita uma reforma concreta das instituições. Um resumo de suas idéias, constam de sua obra *Discurso Preliminar Sobre o Conjunto do Positivismo*<sup>8</sup>. Nessa linha, como exemplo, a Psicologia só foi aceita como verdadeira Ciência quando Wundt, em 1897, criou o primeiro laboratório de Psicologia experimental. Nasce a Psicologia como Ciência sob a batuta dos testes psicológicos. A história da **avaliação educacional** tem origem no início do nosso século, baseada nos testes educacionais desenvolvidos por Robert Thorndike, nos

---

<sup>7</sup> DESCARTES, René. *Discurso do Método*. Coleção “Os Pensadores”. 3ª edição. São Paulo: Abril Cultural, 1969.

<sup>8</sup> COMTE, Auguste. *Discurso Preliminar Sobre o Conjunto do Positivismo*. Coleção “Os Pensadores”. 2ª edição. São Paulo: Abril Cultural, 1983.

Estados Unidos, que simplesmente dava uma nota (de 0 a 100) às mudanças comportamentais. Em toda a história da instalação das ciências humanas e sociais os estudos quantitativos tiveram sempre prioridade sobre os qualitativos. O princípio da objetividade (a radical separação entre o sujeito pesquisador e o objeto pesquisado) sempre foi condição fundamental para conferir, a qualquer estudo, o *status* científico. Somente à Antropologia permitiu-se uma maior liberdade de pesquisa – como a Pesquisa de Campo – onde a figura do pesquisador, em uma de suas linhas de pesquisa, pôde entrar em contato mais direto com o objeto pesquisado: os membros de uma sociedade indígena, por exemplo. Às outras ciências humanas eram permitidos somente procedimentos considerados mais “objetivos” como entrevistas, questionários com finalidade de estruturar gráficos demonstrativos, etc. Assim, as ciências humanas ficaram inferiorizadas em relação às ciências físico-naturais uma vez que não lhes cabia o modelo experimental.

Continuando a discussão do parágrafo anterior, existe uma outra linha de pensamento científico. Quando Max Planck e Niels Bohr criaram a teoria do “quanta”, caiu por terra o esquema orbital de Rutherford e com ele toda a Física e a Química clássicas. Com a adição da noção do observador participante do fato quando ele ocorre, Albert Einstein (1879–1955), engenheiro alemão, revolucionaria a concepção clássica da neutralidade do cientista. Para Einstein, a velocidade da luz é constante e uniforme para um observador em todas as direções no espaço. O observador, ou cientista, carrega consigo o seu próprio espaço e seu próprio tempo, não havendo, portanto, nem espaço nem tempo absolutos. Para ele, a massa de um corpo cresce com o aumento de sua velocidade. Um observador em repouso tem uma determinada percepção da extensão de um determinado corpo também em repouso. Um outro observador – em movimento – tem uma percepção diferente da extensão daquele mesmo corpo em repouso como sendo maior. A noção da Relatividade inaugurava novos tempos. Tempos de ameaça à noção de valor absoluto, atribuído ao conhecimento científico, gerando sinais inequívocos de crise no modelo científico tradicional. Tempo de criação de novas disciplinas que, na verdade, passaram a ser *transdisciplinas*: Bioquímica, Físico-Química, Psicolinguística, Sociolinguística, etc.

Hoje, a Universidade busca na disciplina científica e a Filosofia, soluções para seus problemas mais complexos.

Atualmente estamos numa fase de transição de modelo científico: no fim da hegemonia do modelo Moderno – descrito anteriormente – que concebe a realidade como uma ordem necessária, que a Ciência deveria somente descobrir e descrever em linguagem matemática.

E início de uma fase da utilização do modelo Contemporâneo onde o sujeito pesquisador interfere diretamente no resultado da pesquisa, ou seja, a pesquisa passa a ser – também – subjetiva (não subjetivista). O resultado é um retrato mais fiel do cotidiano humano. Nessa concepção, o homem não é um estranho à natureza, mas parte dela. Busca-se o humano na natureza e a natureza no humano. O todo. A superação da dicotomia entre ciências físico-naturais/ ciências humanas, sujeito/objeto, compreensão do mundo/manipulação do mundo, conhecimento especializado/conhecimento diversificado, homem/natureza. Todo conhecimento científico é concebido como sendo um auto-conhecimento.

### **3.3. A Questão LÓGICA**

A LÓGICA é uma disciplina filosófica. Em linhas gerais, é o estudo da necessária exatidão da construção e da expressão do raciocínio.

Tese: os conteúdos da disciplina de Matemática ministrados no Ensino Fundamental e Médio não cumprem o papel de ajudar o estudante a desenvolver o raciocínio lógico, como propagandeado.

Primeiro, porque a disciplina que tem essa função específica, não é e nunca foi a Matemática e, sim, a Filosofia.

Segundo, porque o campo de atuação dos currículos ensinados nas escolas de Ensino Fundamental e Médio é muito restrito para a pretensão de desenvolver qualquer raciocínio. O máximo que se consegue, e com alguns alunos apenas, é desenvolver a capacidade de decorar coisas. Mesmo assim durante um curto tempo. Quantos alunos de 3ª série do Ensino Médio lembram-se do que foi “ensinado” em Matemática na 1ª série? Não que, na vida, seja preciso prescindir de se decorar coisas. Mas, na vida, nem tudo é decorar.

Por que o campo de atuação dos currículos de Matemática ensinados nas escolas de Ensino Fundamental e Médio é restrito, não cumprindo, assim, o papel de ajudar o aluno a aprender a desenvolver qualquer raciocínio lógico? Vejamos:

Existem diversas Lógicas:

- a) A **FORMAL**, de Aristóteles (384–322 a.C.), contida em sua obra *Organon*<sup>9</sup>.
- b) A Lógica **TRANSCEDENTAL**, de Emmanuel Kant (1724–1804), contida em sua obra *Crítica da Razão Pura*<sup>10</sup>.
- c) A Lógica **DIALÉTICA**, de Georg Hegel (1770–1831), contida em suas obras *A Ciência da Lógica* e *A Fenomenologia do Espírito*<sup>11</sup>, entre outras.

A Matemática é a **LOGÍSTICA**<sup>12</sup>, subdivisão da Lógica Formal de Aristóteles.

Partindo dessa Lógica Formal, façamos uma relação dela com a Logística e o emprego das duas na solução de um problema real.

Todo problema tem – necessariamente – dois níveis de tratamento: o conceitual (e das concepções) que é o NÍVEL ABSTRATO e o NÍVEL CONCRETO das realidades físicas<sup>13</sup>. O primeiro é o nível da ESFERA LÓGICA.

---

<sup>9</sup> ARISTÓTELES. *Organon*. Coleção “Os Pensadores”. 2ª edição. São Paulo: Abril Cultural, 1983.

<sup>10</sup> KANT, Emmanuel. *Crítica da Razão Pura*. Coleção “Os Pensadores”. 2ª edição. São Paulo: Abril Cultural, 1983.

<sup>11</sup> HEGEL, Georg W. F. *A Fenomenologia do Espírito*. Coleção “Os Pensadores”. 3ª edição. São Paulo: Abril Cultural, 1985.

<sup>12</sup> LOGÍSTICA: demonstração de um raciocínio através de símbolos e sinais.

Mas quando o problema é de ordem técnica, esse primeiro nível se divide em duas fases: a ESFERA LÓGICA e a ESFERA LOGÍSTICA. O segundo nível é dividido sempre em duas fases: a fase OPERACIONAL e a fase CONCLUÍDA.

Apresentemos, como ilustração, um exemplo de ordem técnica para podermos explorar as quatro fases dos dois níveis de tratamento de um problema.

Quando se precisa construir uma ponte (problema real), passa-se pelas quatro fases citadas acima. A primeira, no NÍVEL ABSTRATO, é a fase lógica: não existe um dispositivo físico capaz de permitir que automóveis, caminhões e pedestres passem para o outro lado do rio sem que tenham que atravessar de balsa. A segunda, ainda no NÍVEL ABSTRATO é a fase logística: cálculo da quantidade exata de materiais necessários, como relacioná-los e arquitetá-los para a construção de uma ponte. Tudo calculado corretamente no computador e obtidos os resultados, não se resolveu problema algum, pois o problema real persiste: não existe ponte por sobre o rio. Dá para perceber que fazer conta e chegar a um resultado exato não é resolver problema. Isto não serve como meio para educar ninguém sobre como resolver problemas reais, muito menos, para ajudá-lo a fazer raciocínios lógicos. A terceira é a fase do início das obras (passou-se aqui do NÍVEL ABSTRATO para o NÍVEL CONCRETO). A quarta e última fase é a da obra concluída, a fase do problema realmente solucionado.

---

<sup>13</sup> Lembrar que todo problema realmente existente tem, necessariamente, esses dois níveis de tratamento. Senão não é problema, é elucubração estéril, não servindo jamais, portanto, como exemplo de instrumental para educar gerações mais jovens. Mas serve para manter esses jovens ocupados como os joguinhos virtuais de computador. Joga-se para “matar o tempo” e depois, quando se está cansado, desliga-se a máquina e faz-se o que é importante: relacionar-se com o real.



<b>NÍVEL ABSTRATO</b>	<b>Primeira Fase</b>	<b>PROBLEMA LÓGICO (Problema Real)</b> Não existe um dispositivo físico capaz de permitir que automóveis, caminhões e pedestres passem para o outro lado do rio.	<b>ESFERA LÓGICA</b>
	<b>Segunda Fase</b>	<b>PROBLEMA LOGÍSTICO</b> Cálculo da quantidade exata de materiais necessários, como relacioná-los e arquiteta-los, para a construção de uma ponte.	<b>ESFERA LOGÍSTICA</b>
<b>NÍVEL CONCRETO</b>	<b>Terceira Fase</b>	<b>Começa, agora, a obra de construção da ponte.</b>	
	<b>Quarta Fase</b>	<b>Ao concluir a obra, e somente após sua conclusão, o problema real (que era da Esfera Lógica) não existe mais.</b>	

Fonte: Texto do Professor Luciano Nogueira.

Figura 2 - Níveis de tratamento de um problema.

A Matemática faz parte da segunda fase do quadro acima. Ela, como está claro, tem a função de apresentar soluções através de cálculos para um problema real e técnico. E somente soluções para problemas de ordem técnica, lembrando que a maioria dos problemas cotidianos não é dessa ordem, por mais que nossa sociedade esteja, hoje, submissa à técnica e à tecnologia.

A Matemática, ou seja, a Logística, entra como parte da solução de um problema real e técnico existente. Apenas como parte e não como parte principal, pois, continuando com nosso exemplo da ponte: 1: a decisão de se fazer uma ponte é da esfera da política e não da esfera da matemática; 2: a verba destinada à obra é uma questão de orçamento e não cabem aqui “fórmulas” matemáticas e, sim, também políticas; 3: quando se obtém a solução (no nosso exemplo, o término da construção da ponte), a questão não foi solucionada no âmbito da matemática e, sim, no âmbito social (transporte, turismo/lazer, escoamento da produção regional, etc.).

Não se pode reduzir a busca de uma solução para um problema técnico, que tem de ter, necessariamente, quatro fases, a apenas uma única fase (à segunda fase: a Esfera Logística). Isso não é lógico. E os conteúdos da disciplina de Matemática ensinados nas escolas de Ensino Fundamental e Médio restringem-se a essa segunda fase. O raciocínio, como um todo, é muito complexo. Não se reduz um raciocínio à pura Lógica. Existem também a Epistemológica, a Ontológica, a Cosmológica, a Ética, a Estética, a Metafísica, etc. Todas essas matérias compõem diversos e diversificados espectros para disciplinar o raciocínio, questão diretamente subordinada à Filosofia. E no espectro específico da Lógica, não se pode reduzir um raciocínio à Lógica Formal (cuja Matemática é uma subdivisão: a Logística), existem outras Lógicas como citado anteriormente. Vemos, então, que é muita pretensão dos Conteúdos de Matemática atualmente ensinados nas escolas Ensino Fundamental e Médio atribuir – a si próprios – a tarefa de ajudar o aluno a raciocinar melhor.

### **3.4. A Pedagogia.**

É necessário refletir sobre a mudança dos conteúdos da disciplina de Matemática no Ensino Fundamental, principalmente a partir de um contexto social e histórico, sob pena de não se estar acompanhando o desenvolvimento científico. Esse é um dos desafios que a contemporaneidade nos coloca.

#### a) Quem deve assumir esse desafio?

Essa é tarefa dos elaboradores dos currículos de Matemática que, sintonizados com uma nova epistemologia, têm de repensá-los a partir de uma visão interdisciplinar (Método) e multidisciplinar (Conteúdos), abandonando a visão Moderna (historicamente falando) e tecnicista (fragmentada e fragmentária – metodologicamente falando) de se obter conhecimento científico.

#### b) Como fazer isso?

Estudando uma nova postura, os educadores, frente ao ensino da Matemática no Ensino Fundamental e Médio, devem determinar “questões-chave” para se compor esses

currículos. Como exemplo: a disciplina de Matemática não tem objetivo nela própria, pois, como Ciência Aplicada, deve estar sempre a serviço da técnica.

c) Como essa nova postura de currículo interferiria efetivamente na realidade social?

A pesquisadora descreve um exemplo, para ilustrar a proposta acima.

Uma escola de periferia (a maioria das escolas estão nesse contexto) está com um problema: caiu recentemente a ponte de madeira construída “provisoriamente” pela prefeitura – há seis anos. A partir da parte alta do bairro, esta ponte dava acesso à escola por sobre o rio que cruza essa região da cidade. A desculpa do novo prefeito é a mesma que os anteriores davam: a famosa falta de verba. Definitivamente, o bairro ficará sem a ponte necessária. Num esforço conjunto, a sociedade amigos de bairro, a escola, a igreja e a prefeitura podem, em mutirão, construir a tal ponte. E de concreto.

Cada instituição citada anteriormente entraria, com seu esforço na execução da ponte. A escola, através de seus alunos de Matemática das últimas séries, sob orientação de um engenheiro – da prefeitura ou de uma Faculdade de Engenharia da cidade – poderia fazer todos os cálculos para o projeto da ponte: material necessário, custos orçamentais, previsão de conclusão da obra, etc. Poder-se-ia utilizar, nos cálculos, os novos conteúdos já aprendidos em sala de aula e outros mais, ainda não abordados, que seriam agora ensinados objetivando os cálculos da ponte. Com este exemplo, tem-se a preocupação de demonstrar, como adequar os currículos de Matemática ensinados nas escolas de Ensino Fundamental e Médio, à realidade concreta de uma comunidade escolar. Também objetiva expor a visão da pesquisadora de como poderia ser um dos aspectos de uma nova modalidade de ensino da Matemática nas escolas de Ensino Fundamental e Médio e para que ninguém diga que se criticou o modelo atual e não se apresentou alternativa. Lembrando que buscar alternativas é tarefa do pessoal envolvido diretamente com a disciplina, os que elaboram os currículos de Matemática nas escolas de Ensino Fundamental e Médio: equipes da CENP (Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas – da Secretaria do Estado da Educação de São Paulo), por exemplo.

A Matemática não tem finalidade nela própria.

Quando associada a uma técnica (aplicada a essa técnica) é que se torna uma disciplina útil à sociedade. E como ficou claro, pode ser associada à Engenharia<sup>14</sup>, como no exemplo acima. Retirá-la de um contexto social e ensiná-la sem a necessária contextualização histórica, é querer dar-lhe uma importância que – por si só – não possui. As argumentações ficam desprovidas de qualquer fundamento teórico, histórico e social: “Matemática é fundamental!”; “se usa Matemática pra tudo!” e outras “pérolas” do gênero. Se a Matemática é fundamental e sem ela o homem não teria chegado à Lua<sup>15</sup> e tampouco se construiriam computadores, por que é que não se ensina a Matemática utilizada nos vãos espaciais, e Matemática de computadores, em salas de aula de Ensino Fundamental e Médio? As Matemáticas utilizadas nos vãos espaciais e nos computadores são muito complexas? Então, como está claro agora, existem várias Matemáticas. Umas muito simples, outras muito complexas.

O assunto é tão complexo que somente após o advento dos computadores – nos anos 50 – é que se pode calcular (literalmente) uma viagem tripulada à Lua. As Matemáticas ensinadas nas escolas de Ensino Fundamental e Médio, nem em sonho, dariam conta de tal feito. E também somente após o aparecimento desses computadores – Matemática aplicada à tecnologia do Processamento Automático de Dados: Informática – é que se pode calcular outros computadores tão avançados como os atuais supercomputadores. Com somente a Matemática, sem a ajuda dos primeiros computadores, não se chegaria aos atuais computadores.

---

<sup>14</sup> Engenharia não é Ciência e, sim, uma técnica de construção que utiliza informações de algumas ciências como a Física, a Química, a própria Matemática, etc.

<sup>15</sup> Lembrar que o homem chegou à Lua graças à Astronomia (que utiliza procedimentos matemáticos aplicados a esta ciência), à Física (que utiliza procedimentos matemáticos aplicados a esta ciência), à Meteorologia (que utiliza procedimentos matemáticos aplicados a esta ciência), à Química (que utiliza procedimentos matemáticos aplicados a esta ciência), à Informática (que utiliza procedimentos matemáticos aplicados a esta ciência), etc.

A pesquisadora apresenta, agora, uma adequação desses currículos: se vimos que a Ciência Matemática deve ser uma Ciência Aplicada (e os seus professores de Ensino Fundamental e Médio devem deixar de lado o discurso de “Ciência Pura”, “Vestal das Ciências”, etc.), encontrando, assim, seu sentido primeiro, esses currículos devem, portanto, ser adequados à aplicação técnica. Assim, o professor poderá, realmente, e não em discurso sem fundamentação teórica, demonstrar que aquele determinado enunciado colocado na lousa tem determinadas aplicações técnicas e, como consequência disso, determinadas aplicações práticas (e é por causa dessas determinadas aplicações técnicas e práticas que é fundamental aprender este determinado conteúdo). Simples, singularizando, sem generalizações, sem universalizações, utilizando o velho método indutivo da particularização das situações.

Dessa forma, seus alunos poderão, ao menos, ter uma noção inicial do que é e para que serve, verdadeiramente, a Ciência Matemática.

Com a argumentação exposta acima e com a devida contextualização histórica e social, se demonstrou que esses professores de Matemática das escolas de Ensino Fundamental e Médio têm densidade científica, formação intelectual “horizontal”, ampla e não a velha formação “vertical”, restrita e restritiva. Deixam, assim, de ser simples informadores e passam a ser verdadeiros professores.,

### **3.5. As Aulas No Colégio Nossa Senhora Da Misericórdia.**

A experiência profissional da pesquisadora de quase quinze anos como professora e educadora do ensino fundamental (5ª à 8ª série) permite refletir como é possível ajudar os alunos, a superar a deficiência no que se refere ao entendimento do texto de um problema face à sua resolução matemática.

A linguagem corrente por mais correta que seja, contém muitas imprecisões e ambiguidades. Por exemplo:

- a) A testemunha forneceu informações aos membros da CPI que poderão ajudar na descoberta do esquema de corrupção. O que ou quem vai ajudar? As informações ou os membros da CPI?
- b) O importante em Matemática, são as idéias, não a notação e o formalismo, como pensam muitos professores. O que pensam os professores, que o importante são as idéias ou a notação e o formalismo?
- c) A diretora pediu que o professor comunicasse aos alunos sua alegria pelo progresso que eles vinham fazendo nos estudos. Alegria da diretora ou do professor?
- d) A oposição acha que o governo está dividido e quer impedir a votação da matéria. Quem quer impedir? A oposição ou o governo?

Todas estas frases são perfeitamente normais na linguagem corrente: nada de errado com elas, embora não resistam às demandas do rigor lógico. E não é por isso que vão deixar de ser usadas. Pelo contrário, às vezes até certas omissões no uso da linguagem são necessárias para valorizar um trecho escrito ou falado. Isso é frequente em obras literárias, prosa ou poesia. E, mesmo quando se conta uma anedota, é comum usar de meias palavras para omitir alguma coisa, para deixar à esperteza do ouvinte uma parte na interpretação do resultado final.

Segundo a Revista do Professor de Matemática (2000), Kurt Gödel (1906 – 1978), um dos maiores lógicos do século XX, disse certa vez:

“Quanto mais reflito sobre a linguagem, tanto mais me admiro que as pessoas consigam se entender umas com as outras”.

A pesquisadora após muitas observações vivenciadas em sala de aula, com referência de textos de exercícios e de problemas de matemática que causaram muitas dúvidas entre os alunos, selecionou alguns exemplos:

“Determine os valores reais de “x” para que o valor numérico da expressão  $x^2 + 4x$  seja igual a  $-3$ ”.

Ficou surpresa ao verificar que os alunos não sabiam resolver este problema, já que estavam “craques” na resolução de equações de 2º grau. Após muita insistência descobriu que o “problema” era: onde colocar o  $-3$ ?

Acontece que o **a** (substantivo) não fazia parte da equação matemática ( $x^2 + 4x = -3$ ).

Assim, os alunos sabiam resolver a equação, mas por não entenderem o enunciado inibiram o conhecimento matemático.

Um outro exemplo de sala de aula, também na oitava série e que ocorre em qualquer série, é a seguinte: “Na figura abaixo, a hipotenusa é o maior lado do triângulo retângulo. Determine-a”.

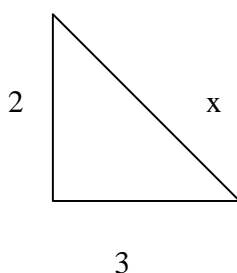


Figura 3- Cálculo da hipotenusa de um triângulo.

Dúvidas dos alunos:

- a) O valor da hipotenusa é x ou a?
- b) Onde colocar o  $-a$  (determine-a) no triângulo?

Embora a pesquisadora saiba que os alunos conhecem muito bem o Teorema de Pitágoras, o grande problema está no enunciado, mais precisamente no - a (objeto direto). Os alunos entenderam - a.

Infelizmente, os nossos alunos não têm por hábito, ler livros para enriquecer o próprio vocabulário. Eles passam grande parte do dia-a-dia jogando vídeo-game ou assistindo televisão, já que os pais trabalham fora de casa e eles não têm grandes opções de lazer.

A televisão, a grande vilã, não apresenta uma linguagem “cult”, rica em vocábulos novos. Muito pelo contrário, é a linguagem “chula”, cheia de gírias, erros de pronúncia ou até de concordância.

A língua portuguesa, para alunos que a falam como língua materna, é o veículo de todos os conhecimentos que a escola proporciona: fala-se e lê-se o português ao discutir sobre matemática ou qualquer outra disciplina escolar.

O ensino de português, é, por assim dizer, uma espécie de “educação permanente”, instalada na forma de todas as disciplinas.

Especificamente, tratando-se da matemática, ao longo de todos esses anos de magistério como professora de matemática, a pesquisadora percebe que os alunos possuem muita dificuldade em interpretar o enunciado do problema ou do exercício em questão e transportá-lo para o campo do conhecimento matemático.

Sem dúvida, desde os contatos iniciais, antes mesmo do ingresso na escola, aprendemos o alfabeto e os números como uma mescla simbólica que não se tem necessidade de analisar, estabelecendo fronteiras nítidas entre a Matemática e a Língua. Assim, por um lado, os números nascem associados a classificações e contagens; por outro lado, a idéia de ordem fundamental para a construção da noção de número surge tanto na organização do alfabeto quanto das séries numéricas.



O tempo, o espaço ou os negócios servem, permanentemente, de mediadores na revelação desta mescla simbólica entre estes dois sistemas.

Em seu uso ordinário, o relógio, o calendário, as medidas ou a moeda corrente testemunham essa comunhão na representação da realidade.

Embora possa expressá-lo sem utilizar palavras da Língua Materna, costumamos dizer: “ são 8 e meia”, “ hoje é dia 10”, “ quero 3 quilos”, “ custa 20 reais” etc.

De modo geral, a linguagem ordinária e a Matemática utilizam-se de termos “anfíbios”, ora com origem em uma, ora com origem em outra, que às vezes não percebemos a importância desta relação de troca, minimizando seu significado. A observação das frases, expressões ou palavras a seguir poderá contribuir para uma melhor compreensão do que afirma a pesquisadora deste estudo:

- Chegar a um denominador comum
- Dar as coordenadas
- Aparar as *arestas*
- Sair pela *tangente*
- Ver de um outro *ângulo*
- O xis da questão
- O círculo íntimo
- *A esfera* do poder
- Numa *fração* de segundos
- No *meio* do caminho

Descreve-se agora, mais alguns enunciados de exercícios propostos em sala de aula, onde os alunos sabiam a teoria matemática, mas por questões de interpretação de texto, não souberam formular corretamente a sentença matemática:

1- Exercícios propostos para alunos da 6<sup>a</sup> série do Ensino Fundamental.

- a) “A diferença entre o triplo de um número e 200 é igual a 16. Determine esse número”. A equação matemática correta é:  $3x - 200 = 16$ .

- Dúvidas dos alunos: É  $3x$  ou  $x^3$  ?

- O que é diferença? Qual a operação aritmética a ser usada?

b) “A soma de dois números é 207. O maior deles supera o menor em 33 unidades. Calcule esses dois números”.

- A equação matemática correta é:  $x + x + 33 = 207$ .

- Dúvidas dos alunos: O que é superar? Qual é a operação aritmética ligada a este termo?

O aluno lê e relê o enunciado várias vezes e não consegue escrever a sentença matemática corretamente.

2 - Exercícios propostos para alunos da 7ª série do Ensino Fundamental.

a) “Escreva a expressão algébrica que representa a soma do número  $x$  pelo triplo do número  $y$ ”.

- A equação matemática correta é:  $x + 3y$ .

- Dúvidas apresentadas pelos alunos: O que é triplo de um número?  $3y$  ou  $y^3$  ? A soma de que termos?

b) “Escreva a expressão algébrica que representa o quociente do número  $x$  com 10”.

- A equação matemática correta é:  $x / 10$ .

- Dúvidas apresentadas pelos alunos: O que é quociente? Qual operação aritmética representa a palavra quociente?

Os alunos não conseguem escrever corretamente a sentença matemática.

3 - Algumas indagações feitas por alunos de 5ª série do Ensino Fundamental.

a) O enunciado do exercício solicitava o triplo do número 2.

Um aluno perguntou perplexo: “É para multiplicar o número 2 por 3 ou é para dividir pelo número 3?”

Percebe a pesquisadora que o aluno não está acostumado a trabalhar no seu dia-a-dia com esses termos matemáticos. Exemplificando melhor:

- triplo de  $x = 3x$

- cubo de  $x = x^3$  ( $x$  elevado a 3)

- um terço de  $x = x / 3$  ou  $x : 3$

Então o aluno se confunde quando esses termos aparecem nos enunciados de problemas ou exercícios de matemática.

4- Algumas indagações feitas por alunos de 8ª série do Ensino Fundamental.

A situação não é muito diferente das outras séries já citadas acima. Veja este exemplo:

Em um exercício aplicado em sala de aula, inclusive de recuperação bimestral, a pesquisadora havia pedido para que os alunos calculassem o perímetro do triângulo ABC, utilizando o Teorema de Tales.

Porém, o que aconteceu com a maioria dos alunos da sala, foi que apenas calcularam o valor de  $x$ , e não do perímetro do triângulo, o que demonstra que estes alunos não leram o enunciado do exercício.

A pesquisadora, depois de observar durante muitos anos o comportamento dos seus alunos que cursam o Ensino Fundamental, percebe que existem os alunos que tem dificuldades na interpretação dos enunciados na língua portuguesa e que não conseguem transportar o que leram para a linguagem matemática (simbólica), e há os alunos que tem “preguiça” em ler o enunciado do problema ou do exercício propostos, achando mais fácil e conveniente “adivinhar” o que os mesmos descrevem.

Por vezes, em sala de aula, ao solicitar que os alunos resolvessem determinados exercícios, eles perguntam em coro: “Precisa copiar os enunciados dos exercícios?”

Então, como saber o conteúdo do problema ou do exercício sem copiá-lo ou sequer lê-lo?

## CAPÍTULO 4

### 4.1. As Soluções Teóricas.

“Estudar Matemática é resolver problemas. Portanto, a incumbência dos professores de Matemática, em todos os níveis, é ensinar a arte de resolver problemas. O primeiro passo nesse processo é colocar o problema adequadamente”. Thomas Butts, (Epígrafe encontrada na obra de George Polya, 1978, pág 3).

Segundo G. Polya, “ao procurarmos a solução, podemos variar continuamente o nosso ponto de vista, a nossa maneira de encarar o problema. Temos de mudar de posição de quando em quando. É provável que a nossa concepção do problema seja muito incompleta no princípio; a nossa perspectiva é outra depois de ter feito algum progresso; ela é ainda mais diferente quando estamos quase chegando à solução” (1978, pág 3).

O autor divide a resolução de problemas em 4 fases:

- 1ª Fase - Compreensão do problema;
- 2ª Fase - Estabelecimento de um plano;
- 3ª fase - Execução do plano;
- 4ª fase - Retrospecto da resolução completa.

O item 1 foi o objeto desta pesquisa. Concordo com o autor quando ele fala sobre a compreensão do problema. Para ele, o aluno precisa compreender o problema, mas não só isto: deve também desejar resolvê-lo. Se lhe faltar compreensão e interesse, isto nem sempre será culpa sua.

O problema deve ser bem escolhido, nem muito difícil nem muito fácil, natural e interessante; e um certo tempo deve ser dedicado à sua apresentação natural e interessante.

“Primeiro que tudo, o enunciado verbal do problema precisa ficar bem entendido. O aluno deve também estar em condições de identificar as partes principais do problema, a incógnita, os dados, a condicionante. Daí porque raramente, pode o professor dispensar as indagações: Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante?” (Polya, 1978, pág 4).

Segundo G. Polya, para se resolver um problema há necessidade de “um diálogo”. Este diálogo inicia-se com a familiarização do assunto.

“Por onde começar?” Comece pelo enunciado do problema.

Que posso fazer? Visualize o problema como um todo, com tanta clareza e nitidez quanto possível.

Qual a vantagem em assim proceder? É preciso compreender o problema, familiarizar-se com ele, gravar na mente o seu objetivo. A atenção concedida ao problema pode também estimular a memória e proporcionar a recordação de pontos relevantes (Polya, 1978, pág 25).

Realmente concordo com o autor, quando ele diz que devemos iniciar a resolução de um problema pelo enunciado, mas discordo quando ele não menciona o fato primordial que é o entendimento do enunciado baseado na língua materna. Se o aluno não entende o que lê, ou simplesmente não lê por preguiça, a resolução fica inviável.

O diálogo prossegue com o aperfeiçoamento da compreensão.

*“Por onde começar? Comece de novo pelo enunciado do problema, quando este estiver tão claro e tão gravado em sua mente que poderá até perdê-lo de vista por um momento sem temor de perdê-lo por completo.*

*Que posso fazer? Isole as partes principais de seu problema. A hipótese e a conclusão são as partes principais de um “problema de demonstração”, a incógnita, os dados e a condicionante são as partes principais de um “problema de determinação.*

*Qual a vantagem em assim proceder?Devemos preparar e classificar os detalhes que mais tarde terão uma função a desempenhar”*  
(Polya, 1978, pág 25).

Mais uma vez, o autor não faz nenhuma referência ao problema da língua materna, nem de interpretação de texto, referindo-se ao enunciado.

Para Dante (1991), os objetivos da resolução de problemas são:

- Fazer o aluno pensar produtivamente;
- Desenvolver o raciocínio do aluno;
- Ensinar o aluno a enfrentar situações novas;
- Dar ao aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da Matemática;
- Tornar as aulas de Matemática mais interessantes e desafiadoras;
- Equipar o aluno com estratégias para resolver problemas;
- Dar uma boa base matemática às pessoas.

No que se refere ao processo de resolução de um problema, o autor escreve que é algo mais complexo e rico, que não se limita a seguir instruções passo a passo para se chegar a solução. Entretanto, as etapas detalhadas por G. Polya (compreensão do problema, elaboração de um plano, execução do plano e retrospecto ou verificação), de um modo geral, ajudam o aluno a se orientar durante o processo.

Para Dante, antes de começarmos a resolver um problema, precisamos compreendê-lo. Para isso, devemos responder a questões como:

- a) O que se pede no problema?
- b) O que se procura no problema?
- c) O que se quer resolver no problema?
- d) O que o problema está perguntando?

Resolver o problema significa encontrar as respostas para essas perguntas.

Segundo Dante, “a criança precisa de algum tempo e de ajuda para distinguir, na linguagem matemática, o significado de uma palavra de uso corrente. Ela faz confusão com palavras como operação, primo, dobrar, diferente, meio, vezes, conta, par, altura, base, etc. É preciso que o professor faça a distinção dessas palavras para ela e esclareça o significado de palavras desconhecidas”. (1989, pág 49).

Este trecho acima mencionado é o único em que o autor aborda a questão da linguagem, e segundo meu ponto de vista, não satisfaz a complexidade do assunto abordado nesta pesquisa.

#### **4.2. As Soluções Práticas.**

O matemático Luiz Roberto Dante, na sua obra “Matemática – Vivência e Construção” (2000, pg 11 e 12), descreve algumas orientações metodológicas para o ensino de matemática, que a pesquisadora vai transcrevê-las e comentá-las, segundo sua visão:

- a) “As idéias, os conceitos matemáticos sejam trabalhados antes da simbologia, antes da linguagem matemática”.

Entende a pesquisadora que realmente é preciso explorar com a criança o conceito das quantidades, por exemplo,  $1 + 3 = 4$ , o que é adição – juntar quantidades – e o significado do símbolo =, que é resulta, totaliza, é igual a.

- b) “A criança aprenda com compreensão”.

A pesquisadora concorda que a criança precisa entender o porquê das coisas, e não simplesmente mecanizando procedimentos e regras.

- c) “A criança pense, raciocine, relacione idéias, descubra e tenha autonomia de pensamento”.

A pesquisadora crê realmente no aluno, pois alunos que simplesmente imitam, repetem e seguem o quê o professor fez, explicou, ensinou, não aprendem. A própria criança pode e deve descobrir uma idéia, uma propriedade, uma maneira

diferente de efetuar uma operação. Para que isto ocorra, o professor deve criar oportunidades e condições para a criança pensar, descobrir e expressar suas descobertas.

d) A Matemática seja trabalhada por meio de situações-problema próprias da vivência da criança e que a façam realmente pensar, analisar, julgar e decidir pela melhor solução”.

É claro que os problemas rotineiros devem coexistir, mas em menor número, com problemas sobre os quais a criança deve pensar “mais“ para resolver, aumentando-se o grau de dificuldades, pois são importantes para a atribuição de significados às operações.

e) “O que se trabalhe com a criança seja significativo, que ela sinta que é importante saber aquilo para a sua vida em sociedade ou que lhe será útil para entender o mundo em que vive”.

O aluno precisa “enxergar“ a Matemática como um assunto útil e prático no seu dia-a-dia, que possa apreciar o seu poder, precisa perceber que ela está presente em praticamente tudo ao seu redor e é aplicada para resolver problemas do mundo real e entender uma grande variedade de fenômenos. Por exemplo: problemas que envolvem massa, tempo, tamanho, organizar tabelas, gráficos etc.

f) “Se valorize e se leve em conta a experiência acumulada pela criança fora da escola”.

É preciso lembrar que, quando a criança chega à escola, ela já viveu intensamente seus primeiros anos de vida. Já vivenciou situações de contar, de juntar, de tirar, de distribuir, de medir e que já conheceu várias formas geométricas como: a bola, o dadinho, a caixa, etc. Então o professor deve utilizar esta bagagem para iniciar o trabalho de construção e aplicação de conceitos matemáticos, dando continuidade ao que o aluno já sabe.



g) “Se trabalhe o desenvolvimento de uma atitude positiva em relação à Matemática”.

O professor necessita trabalhar a auto-confiança em resolver problemas, a curiosidade, o interesse por diferentes maneiras de solucionar um problema, a observação de características e regularidades nos números, nas formas e nas medidas, a sensibilidade para organizar, para argumentar e para ver beleza em Matemática, enfim valorizar a aprendizagem da Matemática.

Para a Doutora em Educação Matemática, Beatriz S. D’Ambrosio (Doutora pela *Indiana University – USA*), o uso de jogos no ensino da Matemática é a proposta de muitos grupos de trabalho e pesquisa em Educação Matemática. Ela vê os jogos como uma forma de abordar aspectos do pensamento matemático que são ignorados no ensino, resgatando o lúdico.

Como o nosso ensino supervaloriza o pensamento algorítmico, tem-se deixado de lado o pensamento lógico-matemático e o espacial. Para ela, é preciso desenvolver, por meio de jogos de estratégias, esse dois tipos de raciocínio na criança, além de trabalhar a estimativa e o cálculo mental. Acredita que, no processo de desenvolvimento de estratégias de jogo, o aluno envolve-se com o levantamento de hipóteses e conjecturas, aspecto fundamental no desenvolvimento do pensamento científico, inclusive matemático.

Para a pesquisadora esta é uma abordagem metodológica baseada no processo de construção do conhecimento matemático do aluno por meio de suas experiências com diferentes situações-problema, colocadas aqui em forma de jogo.

Para os autores Smole, Diniz e Cândido em sua obra “Resolução de Problemas” (2000, pg 22) escrevem:

“As possibilidades são muitas e, certamente, o professor encontrará outras formas de trabalhar com problemas com as crianças não-leitoras. No entanto, é necessário que

façamos um alerta. Ao ler para a classe um problema, convencional ou não, o professor deve ter o cuidado de fazer a leitura sem enfatizar determinadas palavras. É fundamental que o professor **não** diga: Toda vez que aparecer a palavra juntar vocês somam, ou se aparecer a expressão a mais, ou a menos, o problema é de subtração”

A pesquisadora concorda com os autores, pois ao ler o enunciado para a classe, o professor poderá induzir o aluno a entender o enunciado da forma que ele achar melhor.

O professor deverá utilizar-se de outras formas para enunciar o texto do problema pois ao ler para os seus alunos, é necessário que a leitura seja isenta de qualquer entonação que favoreça esta ou aquela palavra, o professor não pode facilitar o processo, mas o próprio aluno é que deve buscar, investigar, analisar e, por si mesmo, encontrar a solução para o que foi proposto.

Uma última observação sobre a leitura dos problemas é que com frequência, ao ler ou ouvir um problema, o aluno encontra dificuldades porque não conhece os termos, ou as palavras, que nele aparecem. As dúvidas referentes a isso podem ser superadas com o uso de algumas estratégias por parte do professor, por exemplo:

- a) levantar com o aluno as palavras desconhecidas, fazer uma lista e colocar ao lado de cada uma o significado correspondente;
- b) dramatizar o problema;
- c) levar a classe a fazer uma leitura mais lenta do problema, individualizada.

Para Polya:

“Se o aluno for deixado sozinho, sem ajuda ou com auxílio insuficiente, é possível que não experimente qualquer progresso. Se o professor ajudar demais, nada restará para o aluno fazer. O professor deve auxiliar, nem demais, nem de menos, mas de tal modo que ao estudante caiba uma parcela razoável de trabalho. Se o aluno não for capaz de fazer muita coisa, o mestre deverá deixar-lhe pelo menos alguma ilusão de trabalho independente. Para isto, deve auxiliá-lo discretamente, sem dar na vista.

O melhor é, porém, ajudar o estudante com naturalidade. O professor deve colocar-se no lugar do aluno, perceber o ponto de vista deste, procurar compreender o que se passa em sua cabeça e fazer uma pergunta ou indicar um passo que poderia ter ocorrido ao próprio estudante”. (Polya, 1978, pág. 2).

Segundo a Revista *Época*, em sua edição de 10/12/2001, sob o título de “Qualidade Zero” uma reportagem sobre educação relata o desempenho sofrível de estudantes brasileiros. Esta reportagem discute a divulgação de duas pesquisas sobre a qualidade do ensino brasileiro: PISA (Programa Internacional de Avaliação de Alunos) e Enem (Exame Nacional do Ensino Médio). No resultado do PISA, que analisou a capacidade de leitura de adolescentes em 13 países, o Brasil amargou o último lugar no ranking. A maioria dos alunos errou questões elementares. A outra notícia ruim foi sobre o Enem: a queda no desempenho dos estudantes secundaristas brasileiros.

Tanto o PISA como o Enem apenas demandam raciocínio e reflexão. Não cobram informações guardadas na memória. A performance ruim traz um recado preocupante: na média, o adolescente brasileiro tem uma inépcia arraigada para o uso da linguagem escrita. Para Heraldo M. Vianna, da Fundação Carlos Chagas, “O aluno conhece o conteúdo das matérias, as regras gramaticais, as fórmulas matemáticas, mas não consegue elaborar um problema ou redigir um texto”.

Assim, os dados da pesquisa PISA e do ENEM, apresentados nesta reportagem vem corroborar com a pesquisa desta dissertação, onde a pesquisadora afirma que os alunos realmente sabem o conteúdo de matemática, mas pecam por não entender o enunciado de seus problemas.

## **CAPÍTULO 5**

### **Considerações Finais**

A autora desta dissertação pesquisou algumas dificuldades em ler e interpretar o enunciado dos problemas matemáticos ou de exercícios solicitados na sala de aula e dificuldades na linguagem matemática.

Para a pesquisadora, resolver um problema matemático, traz implícita não só a idéia de problema, como também implica uma outra visão de resolução de problema no processo de aprendizagem de Matemática: não se aprende Matemática para resolver problemas, e sim, se aprende Matemática resolvendo problemas.

Diante dessa perspectiva, qualquer situação que vise favorecer o aprendizado deve constituir-se em situação-problema para o aluno a que se destina, ou seja, a proposta de tarefa feita pelo professor deve ser tão interessante que crie, na classe, um clima de pesquisa, de busca de solução para os problemas que emergirem da proposta.

Nessa perspectiva não existe “aula” de resolução de problemas e sim situações de ensino, onde, a partir de pesquisa sobre problemas emergentes ou de propostas problematizadoras, é elaborado o conhecimento matemático, e essa elaboração suscita novos problemas.

As situações de sala de aula devem ser programadas de modo que as questões levantadas sejam problemas para o aluno e não somente para o professor. Assim, problemas de compras no mercado ou na feira, que, à primeira vista, parecem vinculados ao real, podem estar muito distantes da realidade do aluno.

Em aula é possível dramatizar situações de comércio e levantar questões sobre os objetos da sala e mesmo propor brincadeiras lúdicas e lógicas, quadrados mágicos, por

exemplo, onde os problemas são apresentados de tal maneira que o aluno deseja resolvê-los e não seja pressionado pelo professor a fazê-lo.

Portanto, é muito importante discutir com o grupo de alunos ou com cada aluno “como” resolveu os problemas propostos. A partir dessa discussão, da necessidade de comunicar a solução ao colega, a classe, orientada pelo professor, constrói a linguagem matemática. As discussões com o grande grupo, se não foram precedidas da explicação do professor, permitem aos alunos olhar o problema sob outros pontos de vista. Por que o professor não deve explicar o problema? Não é esta sua função? Porque se o professor explicar o problema, qualquer que seja o caminho que escolher, será o que ele (professor) achar mais adequado.

Como ocupa uma posição privilegiada com relação ao conhecimento o professor tende a ser acatado pelos alunos: assim, as heurísticas de soluções que ele propõe não são interpretadas como sugestões, e sim como as únicas corretas.

Quando é um colega quem fala, há sempre a possibilidade de que esteja errado e, portanto, deve-se analisar antes de acatar ou não; e se numa situação ainda melhor, muitos alunos falam, deve-se entender várias heurísticas que, sem dúvida, são complementares e que auxiliam cada aluno a perceber as relações existentes.

O aluno só consegue realmente entender o problema, quando ele está apto a pensar no nível abstrato – da logística – conforme a pesquisadora relatou anteriormente nesta dissertação.

A Matemática não pode ser considerada como uma área do conhecimento pronta acabada, perfeita, pertencente apenas ao mundo das idéias e cuja estrutura de sistematização serve de modelo para outras ciências. A consequência dessa visão autoritária em sala de aula é a imposição do conhecimento matemático por um professor que, supõe-se, domina e transmite a um aluno passivo, que deve se moldar à autoridade da “perfeição científica”.

Outra utopia milenar é o de que o sucesso em Matemática representa um critério avaliador da inteligência dos alunos, na medida em que uma ciência tão nobre e perfeita só pode ser acessível a mentes privilegiadas, os conteúdos matemáticos são abstratos e nem todos têm condições de possuí-los.

A essa visão da Matemática se contrapõe aquela que considera o conhecimento em constante construção e os indivíduos, no processo de interação social com o mundo, reelaboram, complementam e sistematizam os seus conhecimentos. Essa aquisição de conhecimentos lhes permite transformar suas ações e, portanto, alterar suas interações com esse mesmo mundo a nível de qualidade.

Assim, a sala de aula não é o ponto de encontro de alunos totalmente ignorantes com o professor totalmente sábio, e sim um local onde interagem alunos com conhecimentos de senso comum, que almejam a aquisição de conhecimentos sistematizados, e um professor cuja competência está em mediar o acesso do aluno a tais conhecimentos.

O saber matemático não pode continuar sendo privilégio de poucos, tidos como mais inteligentes, cujo temperamento é mais dócil e, por isso, conseguem submeter-se ao “fazerem tarefas escolares” sem se preocuparem com o significado das mesmas no que se refere ao seu processo de construção do conhecimento.

Mas, é necessário educar para que nossos alunos sejam capazes de elaborar uma explicação sobre o que acontece no mundo (por isso, a prioridade deve ser o ensino da leitura e da escrita), de ter um projeto de vida (e para isso devem conhecer a si mesmos, suas limitações) e de sentir que seus professores têm confiança neles e na sua capacidade de aprender.

## **Referências Bibliográficas.**

ARISTÓTELES. **Organon** 2<sup>a</sup> Ed., São Paulo, Abril Cultural, Coleção “Os Pensadores”, 1983.

BEGLE, E. G. **Report on a Conference on Responsibilities for School Mathematics in the 70s**. Standford, CA: School Mathematics Group, 1971.

CARRAHER, David W. et ali. **Na vida dez, na escola zero**. 3<sup>a</sup> Ed., Cortez, 1989.

CARVALHO, Dione L. **Metodologia do Ensino de Matemática**. 2<sup>a</sup> Ed., São Paulo, Cortez, 1994.

CHAUI, Marilena. **Convite à Filosofia**. 4<sup>a</sup> ed., São Paulo, Ática, 1995.

COLEÇÃO DE ANUÁRIOS DO CONSELHO NACIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA DOS E.U.A. ( NCTM ), São Paulo, Ed. Atual, 1991.

COMTE, A. **Discurso Preliminar sobre o Conjunto do Positivismo**, 2<sup>a</sup> Ed., São Paulo, Coleção “Os Pensadores”, Abril Cultural, 1983.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas**, São Paulo, Ed. Ática, 1991.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática – Vivência e Construção** – São Paulo, Ed. Ática, 2000.

DESCARTES, R. **Discurso do Método**, São Paulo, Abril Cultural, 1969, Coleção “Os Pensadores”.

DIAS, José A. e Silva, Jair Militão. **Estrutura e Funcionamento da Educação Básica**, São Paulo, Ed. Pioneira, 1999.

FRANKEL & SKOLEM. **Revista do Professor de Matemática** – Sociedade Brasileira de Matemática. São Paulo, Gráfica Círculo, 2000.

GÖDEL, Kurt. **Revista do Professor de Matemática** – Sociedade Brasileira de Matemática. São Paulo, Gráfica Círculo, 2000.

HEGEL, G. W.F. *A Fenomenologia do Espírito*, 3ª Ed., São Paulo, Abril Cultural, Coleção “Os Pensadores”, 1985.

KANT, E **Crítica da Razão Pura**, 2ª Ed., São Paulo, Abril Cultural, Coleção “Os Pensadores”, 1983.

KANT, E. **Prolegômenos a Qualquer Metafísica Futura**, 2ª Ed., São Paulo, Coleção “Os Pensadores”, Abril Cultural, 1984.

IMENES e LELLIS. **Microdicionário de Matemática**, 1ª Ed., São Paulo, Scipione, 1998.

LEMLE, M. **Guia Teórico do Alfabetizador**, São Paulo, Ed. Ática, 1987.

LESTER, F. K. & Garofalo, J. **Mathematical Problem Solving: Issues in Research**, Philadelphia, PA : Franklin Institute Press, 1982.

MACHADO, Nilson J. **Epistemologia e Didática**, São Paulo, Ed. Cortez, 1995.

MACHADO, Nilson J. **Matemática e língua materna**, 4ª Ed., São Paulo, Cortez, 1998.

MOURA, Manoel O de, **A construção do signo numérico**, Tese de Doutorado apresentada na FEUSP, São Paulo, 1992.

ORLANDI, E. P. **Leitura e Discurso Científico**, Campinas, Cadernos Cedes 41, Ensino de Ciências, Leitura e Literatura, 1997.



PIAGET, Jean. **A Formação do símbolo na criança**, Rio de Janeiro, Ed. Zahar, 1978.

PIAGET, J. & Szeminska, **A Gênese do Número na Criança**, Rio de Janeiro, Ed. Zahar, 1975.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**, Rio de Janeiro, Ed. Interciência, 1978.

REVISTA ÉPOCA – São Paulo, Editora Globo, Edição Dezembro de 2001.

REVISTA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA, 2º quadrimestre 2000, São Paulo, Ed. Alcilea Augusto, USP, 2000.

SAUSSURE, Ferdinand de. **Curso de Lingüística Geral**, 7ª Ed., São Paulo, Cultrix, 1975.

SMOLE, Kátia S. e Diniz, Maria I. **Resolução de problemas**, Porto Alegre, Ed. Artmed, 2000.

TOLEDO, Marília e Toledo, Mauro. **Didática de Matemática**, São Paulo, Ed. FTD, 1997.